Übungsblatt 4

Aufgabe 12 Randverteilungen, (bedingte) Unabhängigkeiten

Es sei die folgende Kontingenztafel mit den Attributen Malaria, Grippe, Fieber und Husten gegeben, deren binäre Wertebereiche $\mathrm{dom}(\mathsf{X}) = \{\mathsf{x}, \overline{\mathsf{x}}\}$ für $\mathsf{X} = \mathsf{M}, \mathsf{G}, \mathsf{F}, \mathsf{H}$ die Bedeutungen $\mathsf{x} \widehat{=}$ "Symptom/Krankheit liegt vor" und $\overline{\mathsf{x}} \widehat{=}$ "Symptom/Krankheit liegt nicht vor" haben.

p_{MGFH}		$\mathsf{G}=\mathsf{g}$, $\mathsf{M}=\mathsf{m}$	$\mathsf{G}=\mathsf{g}$, $\mathsf{M}=\overline{\mathsf{m}}$	$\mathsf{G}=\overline{\mathsf{g}}$, $\mathsf{M}=\mathsf{m}$	$\mathsf{G}=\overline{\mathsf{g}}$, $\mathsf{M}=\overline{\mathsf{m}}$
$\mathsf{F}=\mathsf{f}$	$\mathsf{H}=\mathsf{h}$	144	1008	192	216
	$\mathsf{H}=\overline{\mathsf{h}}$	36	252	448	504
$\mathsf{F}=\overline{\mathsf{f}}$	$\mathsf{H}=\mathsf{h}$	16	432	48	1944
	$\mathsf{H}=\overline{\mathsf{h}}$	4	108	112	4536

a) Berechnen Sie alle vier Marginalverteilungen.

b) Berechnen Sie $P(\mathsf{M}=\mathsf{m} \mid \mathsf{F}=\mathsf{f})$ und $P(\mathsf{G}=\mathsf{g} \mid \mathsf{F}=\mathsf{f})$, sowie $P(\mathsf{M}=\mathsf{m} \mid \mathsf{F}=\mathsf{f}, \mathsf{H}=\mathsf{h})$ und $P(\mathsf{G}=\mathsf{g} \mid \mathsf{F}=\mathsf{f}, \mathsf{H}=\mathsf{h})$.

c) Weisen Sie nach, dass M und G marginal unabhängig, aber bedingt abhängig gegeben F sind.

d) Weisen Sie nach, dass F und H marginal abhängig, aber bedingt unabhängig gegeben G sind.

Aufgabe 13 Zerlegung von Relationen

Gegeben sei die nebenstehende Relation über den drei Attributen A, B und C, deren Wertebereiche jeweils drei Werte umfassen, d.h., $\mathrm{dom}(A) = \{a_1, a_2, a_3\}$, $\mathrm{dom}(B) = \{b_1, b_2, b_3\}$ und $\mathrm{dom}(C) = \{c_1, c_2, c_3\}$. Wie läßt sich diese Relation in Projektionen auf Unterräume zerlegen? Wie läßt sich aus den Projektionen die Gesamtrelation wiederherstellen? Welche (einzelnen) Tupel können aus der Relation entfernt werden, ohne daß die Zerlegbarkeit verloren geht? Warum können die anderen Tupel nicht entfernt werden? Welche (einzelnen) Tupel kann man hinzufügen, ohne daß die Zerlegbarkeit verloren geht? Warum können die anderen, in der Relation fehlenden Tupel nicht hinzugefügt werden?

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_1	b_1	c_2
a_2	b_1	c_2
a_2	b_1	c_3
a_2	b_3	c_2
a_2	b_3	c_3
a_3	b_1	c_2
a_3	b_2	c_2

Aufgabe 14 Bedingte relationale Unabhängigkeit

Die Relation aus Aufgabe 13 läßt sich in Projektionen zerlegen, weil in ihr eine bedingte relationale Unabhängigkeit gilt. Welche? Wie kann man diese bedingte relationale Unabhängigkeit formal nachweisen?
(Hinweis: Denken Sie an die Möglichkeit, Projektionen von Relationen durch eine Maximum-Operation auf der Indikatorfunktion der Relation und den Schnitt der zylindrischen Erweiterungen durch eine Minimum-Operation zu beschreiben. Die Indikatorfunktion einer Relation hat den Wert 1 für alle in der Relation enthaltenen Tupel und den Wert 0 für alle übrigen Tupel.)