Bayesian Networks Winter 2008/2009
Prof. Dr. R. Kruse / M. Steinbrecher

Übungsblatt 8

Markov-Eigenschaften ungerichteter Graphen

Sei $(\cdot \perp\!\!\!\perp \cdot \mid \cdot)$ diejenige dreistellige Relation, die die in einer Wahrscheinlichkeitsverteilung p über dem gemeinsamen Wertebereich einer Menge V von Attributen geltenden bedingten Unabhängigkeiten beschreibt. Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ hat die

paarweise Markov-Eigenschaft
genau dann, wenn in p jedes Paar im Graph nicht benachbarter Attribute bedingt unabhängig ist gegeben alle anderen Attribute, d. h.

$$\forall A, B \in V, A \neq B: \ (A, B) \notin E \Rightarrow A \perp\!\!\!\perp B \mid V \backslash \{A, B\},$$

lokale Markov-Eigenschaft
genau dann, wenn in p jedes Attribut bedingt unabhängig von allen anderen Attributen ist gegeben seine Nachbars, d. h.

$$\forall A \in V: \ A \perp\!\!\!\perp V \backslash \{A\} \backslash \mathrm{neighbors}(A) \mid \mathrm{neighbors}(A),$$

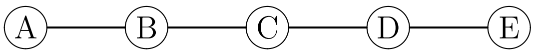
mit $\mathrm{neighbors}(A) = \{B \in V \mid (A, B) \in E\}$,

globale Markov-Eigenschaft
genau dann, wenn in p zwei Mengen von Attributen, die durch eine dritte u-getrennt werden, bedingt unabhängig sind gegeben die dritte, d. h.

$$\forall X, Y, Z \subseteq V: \ \langle X \mid Z \mid Y \rangle_G \Rightarrow X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z.$$

Aufgabe 25 Markov-Eigenschaften ungerichteter Graphen

Gegeben sei der folgende Graph:



Es sei $\mathrm{dom}(A) = \cdots = \mathrm{dom}(E) = \{0, 1\}$. Zeigen Sie, dass dieser Graph bezüglich der durch $P(A = 0) = P(E = 0) = \frac{1}{2}$, $A = B$ (d. h. $P(B = 0 \mid A = 0) = 1$ und $P(B = 1 \mid A = 1) = 1$), $D = E$ und $C = B \cdot D$ definierten Wahrscheinlichkeitsverteilung die paarweise und die lokale, aber nicht die globale Markov-Eigenschaft hat!

Aufgabe 26 Dempster-Shafer-Theorie

Geben Sie zu den folgenden auf $\Omega = \{1, 2, 3\}$ definierten Masseverteilungen jeweils die Belief- und Plausibility-Funktion an. (fehlende Einträge in der Tabelle bedeuten 0)

	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$\emptyset$					
$\{1\}$			0.2		0.25
$\{2\}$		1	0.5	0.4	
$\{3\}$			0.3		
$\{1,2\}$				0.1	
$\{1,3\}$					
$\{2,3\}$				0.5	0.75
$\{1,2,3\}$	1				

Aufgabe 27 Dempster-Shafer-Theorie

Ein Mord wurde begangen. Der Kreis der Verdächtigen besteht aus drei Personen:

$$\Omega = \{\mathsf{Antony}, \mathsf{Beth}, \mathsf{Charly}\}$$

Wir gehen davon aus, dass genau eine dieser Personen die Tat begangen hat. Zwei Zeugen machen Aussagen, dessen Evidenzen wie folgt formalisiert wurden:

- $m_1(\{\mathsf{Antony}, \mathsf{Beth}\}) = 0.8$ und $m_1(\{\mathsf{Charly}\}) = 0.2$
- $m_2(\{\mathsf{Antony}, \mathsf{Charly}\}) = 0.3$ und $m_3(\{\mathsf{Beth}\}) = 0.7$

Berechnen Sie $m_1 \oplus m_2$ und $\mathrm{Bel}_1 \oplus \mathrm{Bel}_2$ für die Argumente $\emptyset$,$\{\mathsf{Antony}\}$,$\{\mathsf{Beth}\}$ und $\{\mathsf{Charly}\}$.