OTTO VON GUERICKE UNIVERSITÄT MAGDEBURG

INF FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Intelligente Systeme

Fuzzy-Systeme

Prof. Dr. R. Kruse C. Braune C. Moewes

{kruse,cbraune,cmoewes}@iws.cs.uni-magdeburg.de

Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Übersicht

Motivation

- wir benutzen täglich vage/unscharfe/unsichere Ausdrücke wie
  - *schnell*, *groß*, *ungefähr 12 Uhr*, *alt*, usw.
- menschlichen Aktionen/Entscheidungen beruhen auf solchen Konzepten, z.B.
  - Autofahren, Einparken
  - finanzielle/wirtschaftliche Entscheidungen
  - Recht und Justiz
  - Vorlesung halten
  - in Vorlesung/Übung zuhören/mitarbeiten
- spielen somit wichtige Rolle im Alltag
- Computer benötigen mathematisches Modell für Semantik
- klassische mathematische Konzepte unzureichend

Lotfi Asker Zadeh (1965)

- Objektklassen in realer Welt haben keine genau definierten Kriterien von Zugehörigkeit
- vage definierten „Klassen“ spielen wichtige Rolle im menschlichen Denken
- besonders in ff. Bereichen: Mustererkennung, Informationsaustausch, Abstraktion

Zadeh 2004 (geb. 1921)

Übersicht

Vage Prädikate

- *Prädikate* beschreiben *Eigenschaften* in klassischer Logik
- durch *(Teil)Mengen* beschrieben
- manche Eigenschaften schlecht beschrieben durch Prädikate
- Menge der Objekt mit bestimmter Eigenschaft nicht scharf abgrenzbar

Beispiel:

- Wann ist eine Person *groß*? — Personen ab 185 cm sind groß.
- Ist dann Person mit 184,5 cm *klein*?

$\Rightarrow$ *unscharfe* oder *vage* Prädikate

Probleme:

- Darstellung vager Prädikate und Verarbeitung von vagem Wissen

Beispiel 1 — Das Sorites-Paradoxon

Wie viele Sandkörner hat ein Sandhaufen wenigstens?

- Aussage $A(n)$: „n Sandkörner sind ein Sandhaufen."
- sei $d_n = T(A(n))$ der „Akzeptanzgrad“ für $A(n)$
- dann können

$$0 = d_0 \leq d_1 \leq \ldots \leq d_n \leq \ldots \leq 1$$

als Wahrheitswerte einer **mehrwertigen Logik** gesehen werden

Beispiel 2 — Wahrscheinlichkeit gg. Möglichkeit

- Aussage $A(n)$: „Anna hatte n Eier zum Frühstück."
- (subjektive) Wahrscheinlichkeit $P(A(n))$ durch Experimente
- Möglichkeit $\Pi(A(n))$: „Wie viele Eier kann Anna frühstücken?"

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Pi(A(n))$	1	1	1	1	.8	.6	.4	.2
$P(A(n))$	.1	.8	.1	0	0	0	0	0

$\Rightarrow$ ein mögliches Ereignis muss nicht wahrscheinlich sein

$\Rightarrow$ ein wahrscheinliches Ereignis ist stets möglich

Unterscheidung: Vagheit/Unsicherheit

Vagheit:

- z.B. „Heute ist das Wetter schön."
- vage definierte Konzepte
- Details vernachlässigt
- Berechnen mit Worten

Unsicherheit:

- z.B. „Was wird der Wechselkurs des Dollars morgen sein?"
- Wahrscheinlichkeit, Möglichkeit

Beispiele von Vagheit und Unsicherheit

„Dieses Auto ist ungefähr 10 Jahre alt.“ (Vagheit)

- Unwissen
- Unvermögen numerische Eigenschaften zu messen/zu bewerten

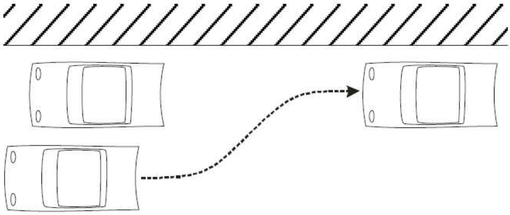
„Dieses Auto kommt wahrscheinlich aus Deutschland.“(Unsicherheit)

- Unsicherheit über wohldefinierte Proposition *aus Deutschland kommen*
- basiert vllt. auf Statistik (Zufallsexperiment)

„Das von mir zufällig gewählte Auto ist vielleicht sehr groß.“ (Unsicherheit und Vagheit)

- unpräzise Definition von *groß*
- Modifikator *sehr* zeugt von grobem Grad der „Größe“

Beispiel 3 — Rückwärts einparken



Fragen:

- Was ist die Bedeutung eines zufriedenstellendes Parkvorgangs?
- Anforderung an Genauigkeit?
- Realisation der Regelung?

Anwendung von Fuzzy-Systemen

- Regelungstechnik
- approximatives Schließen
- Datenanalyse
- Bildverarbeitung

Vorteile:

- Nutzen von vagen Informationen
- Nutzen von Expertenwissen
- robuste nichtlineare Regelung
- Produkteinführungszeit
- Marketing-Aspekte

Waschmachinen nutzen Fuzzy-Logik

Quelle: `http://www.siemens-home.de/`

Übersicht

Fuzzy-Mengen

- Teilmenge $M \subseteq X$: Beschreibung durch **charakteristische Funktion**

$$\chi_M : X \to \{0, 1\}, \qquad x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in M, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

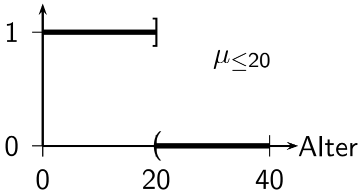
- Fuzzy-Menge $M \subseteq X$: Beschreibung durch **Zugehörigkeitsfunktion**

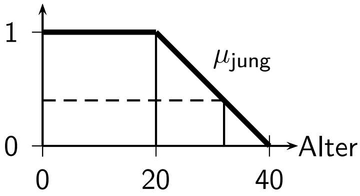
$$\mu_M : X \to [0, 1]$$

- μ_M assoziiert reele Zahl aus $[0, 1]$ mit jedem $x \in X$
- $\mu_M(x)$ **Zugehörigkeitsgrad** von $x \in M$
- $\mathcal{F}(X)$ Menge aller Fuzzy-Mengen

Fuzzy-Mengen

- $\mu_M(x) = 1$ bedeutet volle Zugehörigkeit zu M
- $\mu_M(x) = 0$ bedeutet absolut keine Zugehörigkeit zu M
- Mengen als Spezialfall von Fuzzy-Mengen

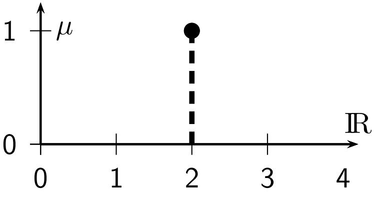


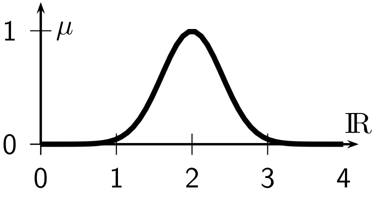


Zugehörigkeitsfunktionen

- Umschreibung von vagen Konzepten (wie *jung*) kontextabhängig
  - junger Rentner ist älter als junger Student
  - sogar *junger Student* vom Betrachter abhängig
- Zugehörigkeitsgrade nur per Konvention festgelegt
  - Einheitsintervall ist beliebig gewählt
- Zugehörigkeit als Grad der Nähe zwischen x und Prototypen
  - Prototypen sind Elemente $x \in M$ mit $\mu_M(x) = 1$
- sinkende Zugehörigkeit mit steigender Distanz zu Prototypen

Beispiele für Fuzzy-Zahlen





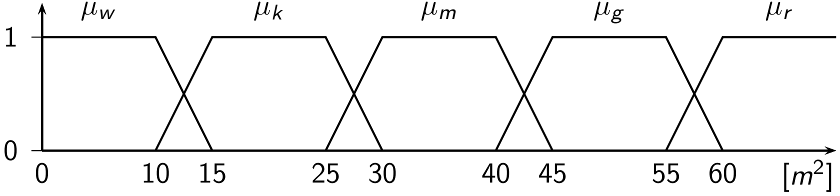
- genauer numerischer Wert hat Zugehörigkeitsgrad von 1
- links: monoton steigend, rechts: monoton fallend

$\Rightarrow$ unimodale Funktion

- Ausdruck wie *ungefähr* modelliert durch Dreiecks- oder Gaußfunktion

Linguistische Variablen und Werte

- **linguistische Variablen:** Attribute in Fuzzy-Systemen
- werden **partitioniert** in **linguistische Werte** (nicht numerisch!)
- Partition für gewöhnlich subjektiv
- jeder ling. Wert hat Bedeutung aber keinen präzisen numer. Wert



- z.B. *Grundfläche einer Wohnung* A mit ling. Werten wie
  - *winzig*, *klein*, *mittel*, *groß*, *riesig*
- jedes $x \in A$ hat $\mu(x) \in [0, 1]$ für jeden Wert, z.B. für $a = 42,5m^2$

$$\Rightarrow \quad \mu_w(a) = \mu_k(a) = \mu_r(a) = 0, \;\; \mu_m(a) = \mu_g(a) = 0.5$$

Bedeutung von Fuzzy-Mengen

- Einsatz von Fuzzy-Mengen in drei Bereichen der Informatik
  1. Klassifikation und Datenanalyse
  2. Entscheidungsunterstützung
  3. approximatives Schließen

- diese 3 Aufgaben nutzen 3 Bedeutungen von Zugehörigkeitsgraden
  1. Ähnlichkeit
  2. Präferenz
  3. Unsicherheit

Fuzzy-Mengenoperationen

- Isomorphismus zwischen klassischer Logik und Mengenlehre
- ähnlicher Isomorphismus für Fuzzy-Logik:
  Erweiterung der Mengenlehre zu **Fuzzy-Mengenlehre**
- punktweise Erweiterung der klassischen Operationen $^c, \cap, \cup$

$\Rightarrow$ für $A, B \in \mathcal{F}(X)$ existieren drei Funktionen

$$
\begin{aligned}
\sim : [0,1] \to [0,1] \quad &\text{mit} & A^c(x) &= \sim A(x),\\
\top : [0,1]^2 \to [0,1] \quad &\text{mit} & (A \cap B)(x) &= \top(A(x), B(x))\\
\bot : [0,1]^2 \to [0,1] \quad &\text{mit} & (A \cup B)(x) &= \bot(A(x), B(x))
\end{aligned}
$$

Standard-Fuzzy-Mengenoperationen

a) Definition folgender Operationen auf $\mathcal{F}(X)$:

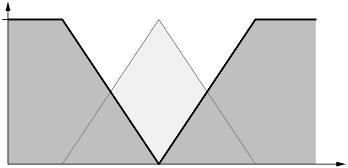
$$(\mu \wedge \mu')(x) \stackrel{\text{def}}{=} \min\{\mu(x), \mu'(x)\} \qquad \text{Schnitt („UND“)},$$

$$(\mu \vee \mu')(x) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{\mu(x), \mu'(x)\} \qquad \text{Vereinigung („ODER“)},$$

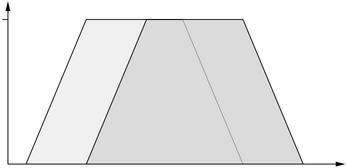
$$\neg\mu(x) \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \mu(x) \qquad \text{Komplement („NICHT“)}$$

b) μ ist genau dann Teilmenge von μ' wenn $\mu \leq \mu'$

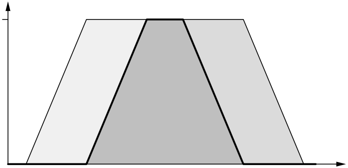
Beispiele für Standard-Fuzzy-Mengenoperationen



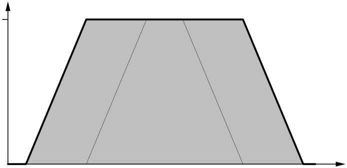
Fuzzy-Komplement



zwei Fuzzy-Mengen



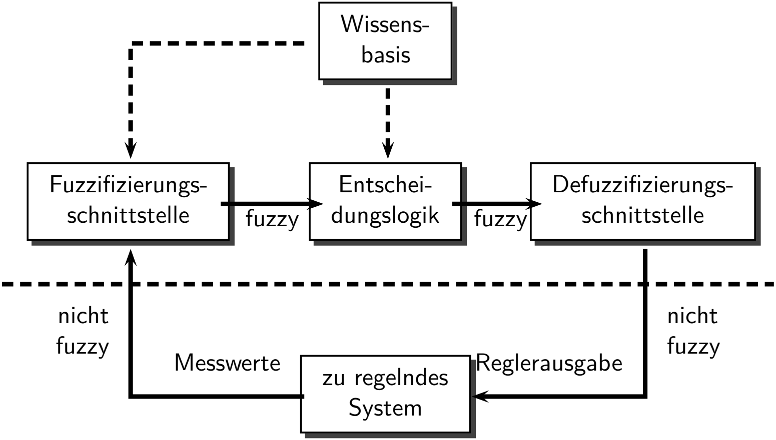
Fuzzy-Schnitt



Fuzzy-Vereinigung

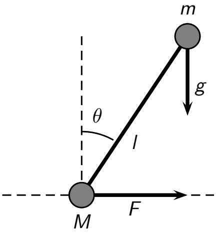
Übersicht

Architektur eines Fuzzy-Reglers



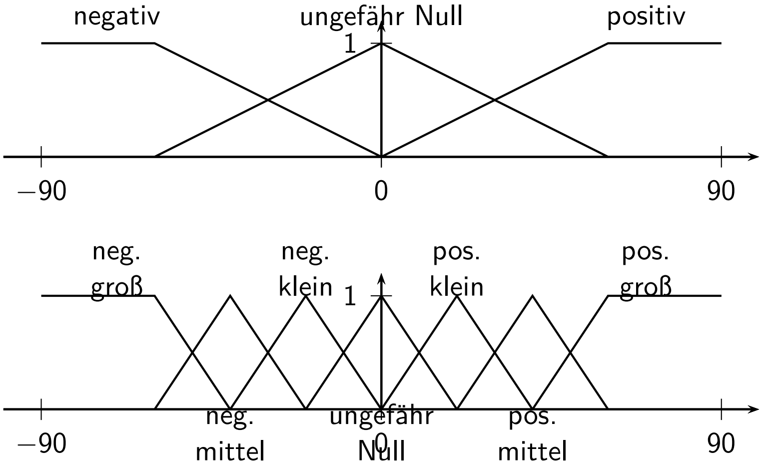
- Wissensbasis = Fuzzy-Regeln + Fuzzy-Partitionen
- Fuzzy-Regel: **if** X_1 **is** $A^{(1)}_{i_1}$ **and** … **and** X_n **is** $A^{(n)}_{i_n}$ **then** Y **is** B
  - $X_1, \ldots, X_n$ Meßgrößen, Y Stellgröße
  - $A^{(k)}_{i_k}$ und B linguistische Terme mit zugehörigen Fuzzy-Mengen

Beispiel — Stabbalance



- Balancieren eines aufrecht stehenden Stabes durch Bewegung seines Fußes
- unteres und oberes Stabende sind beweglich
- Masse m am Fuß, Masse M am Kopf
- Einfluss der Masse des Stabs vernachlässigbar klein
- gesucht: Kraft F (Stellgröße)
- folgende Messgrößen gegeben:
  1. Winkel θ des Stabs in Bezug zur Vertikalen
  2. Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$
- beide sollten Null sein

Grobe und feine Fuzzy-Partitionen



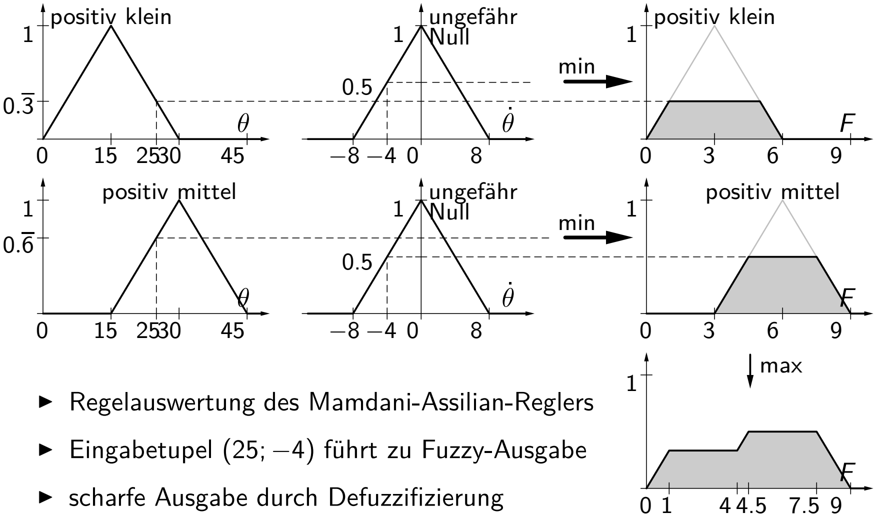
Stabbalance: Regelbasis

$\dot{\theta}$ \ θ	nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
nb			ps	pb			
nm				pm			
ns	nm		ns	ps			
az	nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
ps				ns	ps		pm
pm				nm			
pb				nb	ns		

- 19 Regeln wie z.B.:

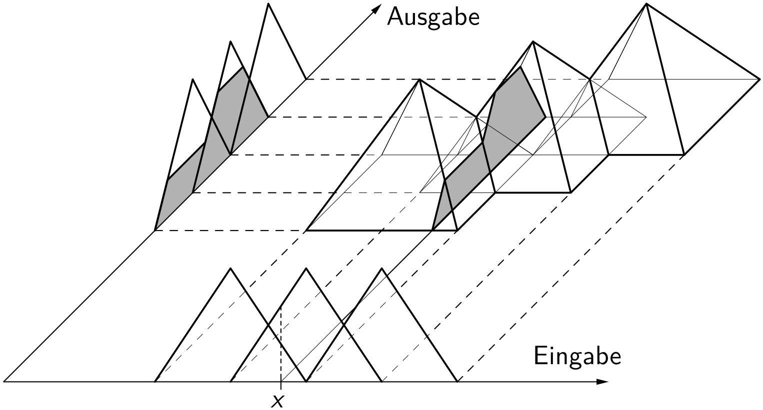
  Falls θ *ungefähr Null* ist und $\dot{\theta}$ *negativ mittel* ist dann ist F *positiv mittel*.

Fuzzy-Regelung nach Mamdani-Assilian



- Regelauswertung des Mamdani-Assilian-Reglers
- Eingabetupel $(25; -4)$ führt zu Fuzzy-Ausgabe
- scharfe Ausgabe durch Defuzzifizierung

Fuzzy-Regelung nach Mamdani-Assilian



- Fuzzy-Regelsystem mit 1 Mess-, 1 Stellgröße, und 3 Fuzzy-Regeln
- jede Pyramide ist durch Fuzzy-Regel spezifiziert
- Eingabewert x führt zu grau gezeichneter unscharfen Ausgabe

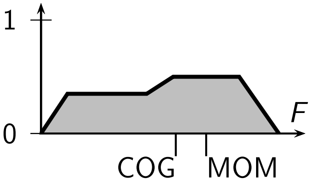
Defuzzifizierung

- Auswertung der Fuzzy Regeln

⇒ **Ausgabe-Fuzzy-Menge**

- wird in **scharfen Stellwert** umgewandelt

⇒ **Defuzzifizierung**



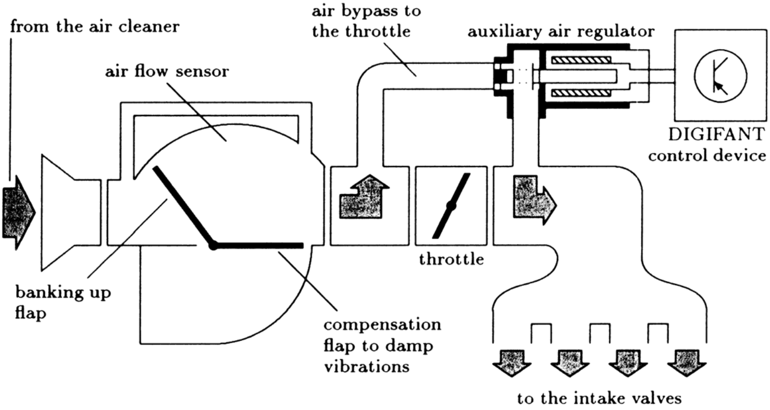
wichtigsten Methoden zur Defuzzifizierung:

- *Schwerpunktmethode* (Center Of Gravity, COG)
  Schwerpunkt der Fläche unter Ausgabe-Fuzzy-Menge
- *Flächenmittelpunktmethode* (Center Of Area, COA)
  Punkt, der Fläche unter Ausgabe-Fuzzy-Menge in gleich große Teile teilt
- *Maxima-Mittelwert-Methode* (Mean Of Maxima, MOM)
  arithmetisches Mittel der Stellen mit maximalem Zugehörigkeitsgrad

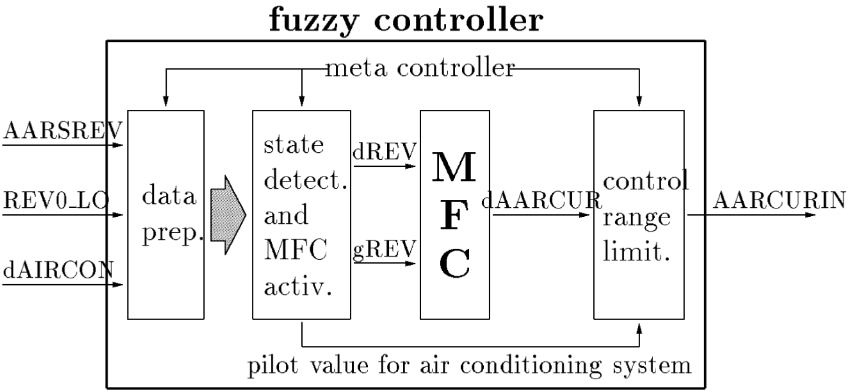
Übersicht

Beispiel 6 — Leerlaufdrehzahlregelung

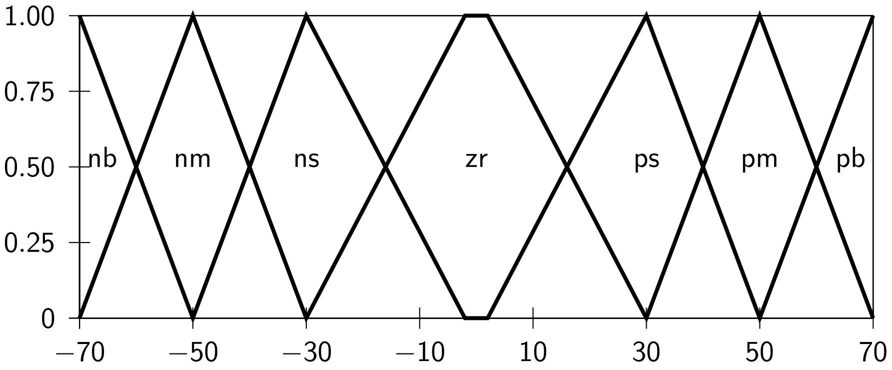
VW 2000cc 116-PS-Motor (Golf GTI)



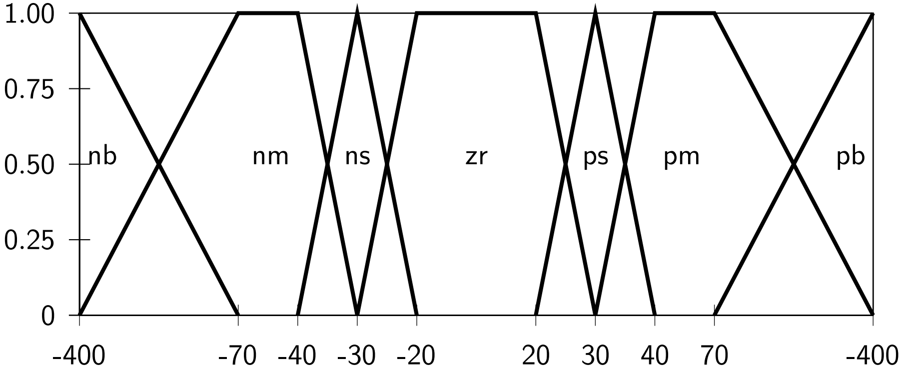
Struktur des Fuzzy-Reglers



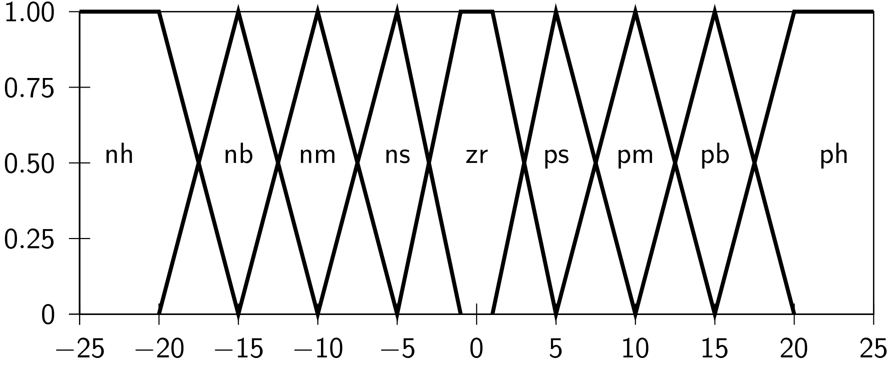
Abweichung der Drehzahl (dREV)



Gradient der Drehzahl (gREV)



Änderung des Stroms der Zusatzluft (dAARCUR)

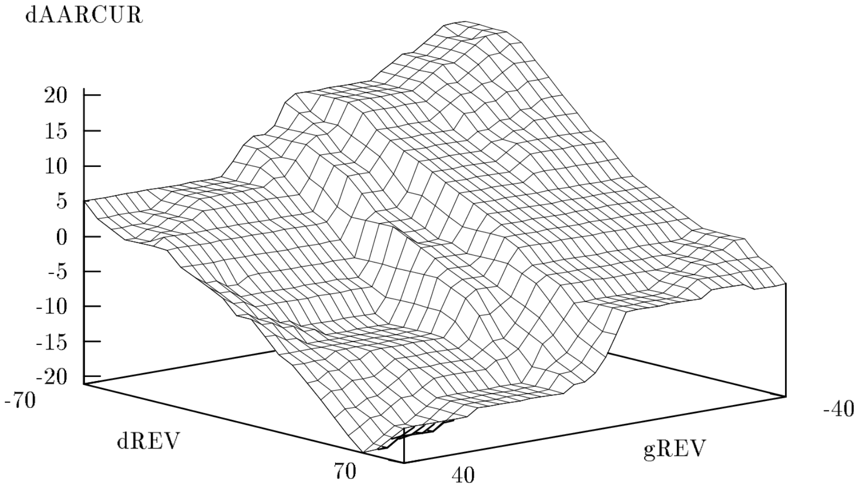


Regelbasis

Falls die Abweichung von der gewünschten Drehzahl negativ klein **und** der Gradient negativ mittel sind,
dann sollte die Änderung des Stroms der Zusatzluft positiv mittel sein.

		gREV						
		nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
	nb	ph	pb	pb	pm	pm	ps	ps
	nm	ph	pb	pm	pm	ps	ps	az
	ns	pb	pm	ps	ps	az	az	az
dREV	az	ps	ps	az	az	az	nm	ns
	ps	az	az	az	ns	ns	nm	nb
	pm	az	ns	ns	ns	nb	nb	nh
	pb	ns	ns	nm	nb	nb	nb	nh

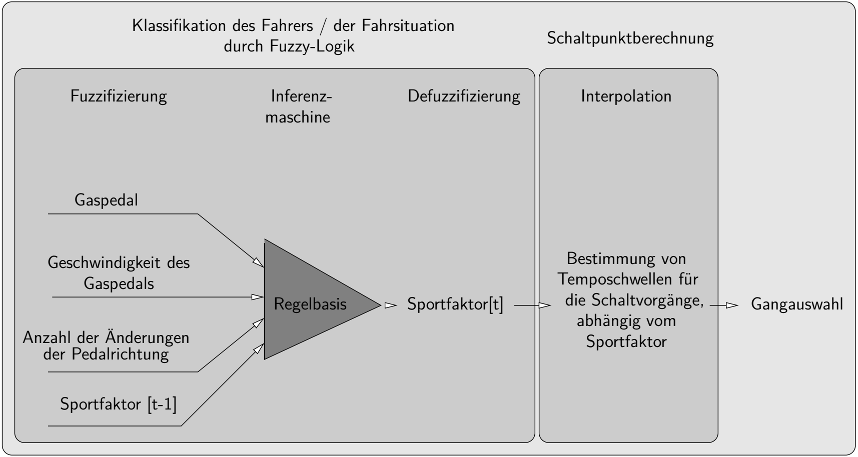
Kennfeld



Beispiel 7 — Automatisches Getriebe

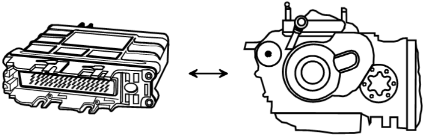
- VW-Getriebe mit zwei Modi (eco/sport), seit 1994 in Serie
- Forschungsziele seit 1991:
  - individuelle Anpassung der Einstellpunkte
  - keine zusätzlichen Sensoren
- Idee: Auto „beobachtet" Fahrer und klassifiziert ihn automatisch: ruhig, normal, sportlich (Sportfaktor), nervös (Beruhigung)
- Test-Auto:
  - verschiedene Fahrer, Klassifikation durch Passagier (Experte)
  - gleichzeitige Messung von: Geschwindigkeit, Position und Beschleunigung des Gaspedals, Kickdown, Lenkeinschlag, . . . (insgesamt 14 Attribute)

Selbstanpassendes Getriebe im VW New Beetle



Technische Details

- Mamdani-Regler mit 7 Regeln
- optimiertes Steuerprogramm
  - 24 Byte RAM
  - 702 Byte ROM
  - jeweils in Steuereinheit (Digimat)
- Laufzeit 80 ms
  - 12x pro Sekunde wird neuer Sportfaktor errechnet
- in Serienfertigung seit 1996



Weiterführende Literatur

Höppner, F., Klawonn, F., Kruse, R., and Runkler, T. (1999).
Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition.
John Wiley & Sons Ltd, New York, NY, USA.

Kruse, R., Borgelt, C., Klawonn, F., Moewes, C., Ruß, G., and Steinbrecher, M. (2011).
Computational Intelligence: Eine methodische Einführung in Künstliche Neuronale Netze, Evolutionäre Algorithmen, Fuzzy-Systeme und Bayes-Netze.
Vieweg+Teubner-Verlag, Wiesbaden.

Michels, K., Klawonn, F., Kruse, R., and Nürnberger, A. (2003).
Fuzzy Regelung: Grundlagen, Entwurf, Analyse.
Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin / Heidelberg, Germany.