OTTO VON GUERICKE UNIVERSITÄT MAGDEBURG

INF FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Intelligente Systeme

Fuzzy-Systeme

Prof. Dr. R. Kruse C. Braune C. Doell

{rkruse,cbraune,cmoewes}@ovgu.de

Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Übersicht

1. **Impräzision**
2. Fuzzy-Mengen
3. Fuzzy-Regelung
4. Anwendungen

Motivation

Wir benutzen täglich impräzise/unscharfe/unsichere Ausdrücke wie

- *schnell*, *groß*, *ungefähr 12 Uhr*, *alt*, usw.

Menschlichen Aktionen/Entscheidungen beruhen auf solchen Konzepten, z.B.

- Autofahren, Einparken
- Finanzielle/wirtschaftliche Entscheidungen
- Recht und Justiz
- Vorlesung halten
- In Vorlesung/Übung zuhören/mitarbeiten

Computer benötigen ein mathematisches Modell zur Repräsentation.

Klassischen mathematischen Konzepte sind oft unzureichend.

Lotfi Asker Zadeh (1965)

Objektklassen in realer Welt haben keine genau definierten Kriterien von Zugehörigkeit.

Impräzise definierten „Klassen" spielen eine wichtige Rolle im menschlichen Denken.

Besonders in den Bereichen Mustererkennung, Informationsaustausch, Abstraktion, ...

Zadeh 2004 (geb. 1921)

Impräzision

Jeder Begriff wird als impräzise bezeichnet wenn seine *Bedeutung* durch keine scharfen Grenzen festgelegt ist.

Kann vollständig/zu einem bestimmten Grad/überhaupt nicht eingesetzt werden.

Allmählichkeit („Zugehörigkeitsverlauf“) wird auch als *Unschärfe* (engl. fuzziness) bezeichnet.

Eine Aussage ist impräzise wenn sie unscharfe Prädikate enthält.

Solche Aussagen sind weder wahr noch falsch, jedoch dazwischen.

Sie sind *zu einem bestimmten Grad* wahr (partielle Wahrheit).

Formen solche Grade können in der natürlichen Sprache gefunden werden, z.B. *viel*, *eher*, *fast nicht*, usw.

Beispiel – Das Sorites-Paradoxon

Ist ein Sandhaufen klein, wird ein Sandkorn mehr ihn nicht ändern.
Ein Sandhaufen mit einem Sandkorn ist klein.

Also sind alle Sandhaufen klein.

Das Paradoxon kommt von der „alles oder nichts“-Behandlung des Wortes *klein*.

Der Grad der Wahrheit von “Sandhaufen ist klein” nimmt ab mit jedem weiteren Sandkorn.

Eine bestimmte Anzahl von Worten weist auf eine kontinuierliche numerische Skala hin.

Beispiel – Das Sorites-Paradoxon

Wie viele Sandkörner hat ein Sandhaufen wenigstens?

Aussage $A(n)$: „n Sandkörner sind ein Sandhaufen."

Sei $g_n = W(A(n))$ der „Grad der Akzeptanz" von $A(n)$.

Dann können

$$0 = g_0 \leq g_1 \leq \ldots \leq g_n \leq \ldots \leq 1$$

als Wahrheitswerte einer **mehrwertigen Logik** interpretiert werden.

Warum existiert Impräzision in allen Sprachen?

Impräzision

Gibt es einen Zugehörigkeitsschwellenwert für impräzise definierte Klassen?

Betrachten wir den Begriff *kahlköpfig*:
Ein Mann ohne Haar auf seinem Kopf ist kahlköpfig;
ein behaarter Mann ist nicht kahlköpfig.

Für gewöhnlich ist *kahlköpfig* nur teilweise anwendbar.

Wo setzten wir den *kahlköpfig/nicht kahlköpfig*-Schwellenwert?

Fuzzy-Mengentheorie setzt keinerlei Schwellenwert voraus!

Dies hat Konsequenzen für die Logik hinter der Fuzzy-Mengentheorie.

Unsicherheit modelliert durch Wahrscheinlichkeit

Unsicherheit entsteht auch durch widersprüchliche, jedoch genau beobachtete Informationen.

Für gewöhnlich in Statistik: Betrachte Zufallsexperiment, das mehrmals durchgeführt wird und nicht immer das selbe Ergebnis liefert.

Unsicherheit aufgrund von fehlender Information.

Unterscheidung zwischen Impräzision und Unsicherheit

Impräzision:

z.B. “Heute ist das Wetter schön.”

ungenau definierte Konzepte

Details werden vernachlässigt

„Rechnen mit Worten“

Unsicherheit:

e.g. „Wie wird der Umtauschkurs des Dollars morgen sein?“

Wahrscheinlichkeit, Möglichkeit

Beispiele von Impräzision und Unsicherheit

Unsicherheit unterscheidet sich von Impräzision. Es kann daraus hervorgehen.

„Dieses Auto ist ganz schön alt." (Impräzision)
Es mangelt hier an der Fähigkeit, numerische Merkmale zu messen oder zu evaluieren.

„Dieses Auto wurde wahrscheinlich in Deutschland hergestellt.„ (Unsicherheit)
Unsicherheit über die wohldefinierte Aussage *hergestellt in Deutschland*,
vllt. basierend auf einer Statistik (Zufallsexperiment).

„Das Auto, dass ich mir zufällig aussuchte, ist vermutlich sehr groß." (Unsicherheit und Impräzision)
Es fehlt eine genaue Definition des Begriffs *groß*.
Modifikator *sehr* zeigt ungefähren Grad der „Großheit".

Anwendung von Fuzzy-Systemen

Regelungstechnik

Approximatives Schließen

Datenanalyse

Bildverarbeitung

Vorteile:

Nutzen von impräzisen Informationen

Nutzen von Expertenwissen

Produkteinführungszeit

Marketing-Aspekte

Waschmaschinen nutzen Fuzzy-Logik

Übersicht

Fuzzy-Mengen

Teilmenge $M \subseteq X$: Beschreibung durch **charakteristische Funktion**

$$\chi_M : X \to \{0,1\}, \qquad x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in M, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

impräzise Teilmenge von X: Beschreibung durch eine **Zugehörigkeitsfunktion**

$$\mu : X \to [0,1]$$

μ ordnet jedem $x \in X$ eine reelle Zahl aus $[0,1]$ zu.

$\mu(x)$ heißt **Zugehörigkeitsgrad** von x.

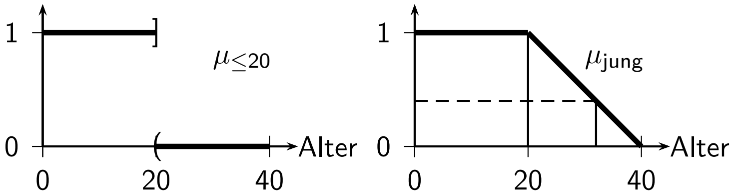
$\mathcal{F}(X)$ Menge aller Fuzzy-Mengen

Fuzzy-Mengen

$\mu(x) = 1$ bedeutet volle Zugehörigkeit

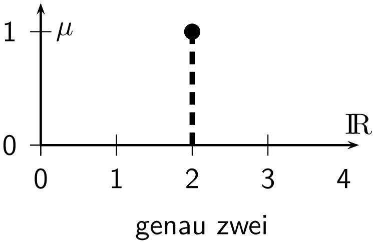
$\mu(x) = 0$ bedeutet absolut keine Zugehörigkeit

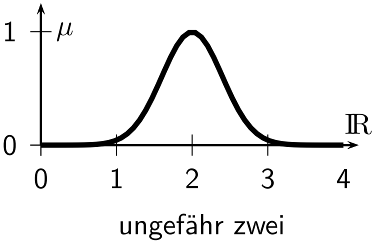
Mengen sind Spezialfälle von Fuzzy-Mengen



Die Wahl der Fuzzy-Menge ist oft subjektiv.

Beispiele für Fuzzy-Zahlen





Genauer numerischer Wert hat Zugehörigkeitsgrad von 1.

links: monoton steigend, rechts: monoton fallend

unimodale Funktion

Ausdrücke wie *ungefähr* werden z.B. modelliert durch Dreiecks- oder Gaußfunktionen

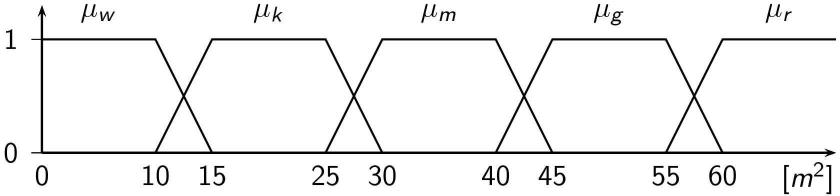
Linguistische Variablen und Werte

linguistische Variablen: Attribute in Fuzzy-Systemen

werden **partitioniert** in **linguistische Werte** (nicht numerisch!)

Partition für gewöhnlich subjektiv

jeder ling. Wert hat Bedeutung aber keinen präzisen numer. Wert



z.B. *Grundfläche einer Wohnung A* mit ling. Werten wie

- *winzig*, *klein*, *mittel*, *groß*, *riesig*

jedes $x \in A$ hat $\mu(x) \in [0,1]$ für jeden Wert, z.B. für $a = 42,5m^2$

$$\Rightarrow \quad \mu_w(a) = \mu_k(a) = \mu_r(a) = 0, \quad \mu_m(a) = \mu_g(a) = 0.5$$

Bedeutung von Fuzzy-Mengen

Einsatz von Fuzzy-Mengen in drei Bereichen der Informatik

- Klassifikation und Datenanalyse
- Entscheidungsunterstützung
- Approximatives Schließen

Es werden oft verschiedene Bedeutungen der Zugehörigkeitsgrade genutzt:

- Ähnlichkeit
- Präferenz
- Möglichkeit

Standard-Fuzzy-Mengenoperationen

Eine Erweiterung der Mengenlehre zu **Fuzzy-Mengenlehre** erfolgt *punktweise* mit den Operatoren einer geeigneten mehrwertigen Logik.

Definition folgender Operationen auf $\mathcal{F}(X)$:

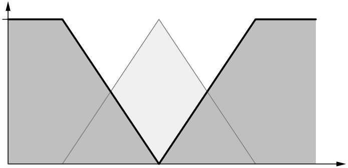
$$(\mu \wedge \mu')(x) \stackrel{\text{def}}{=} \min\{\mu(x), \mu'(x)\} \qquad \text{Schnitt („UND“)},$$

$$(\mu \vee \mu')(x) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{\mu(x), \mu'(x)\} \qquad \text{Vereinigung („ODER“)},$$

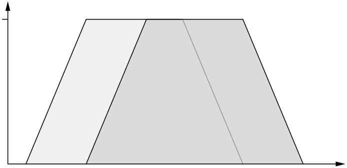
$$\neg\mu(x) \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \mu(x) \qquad \text{Komplement („NICHT“)}$$

μ ist genau dann Teilmenge von μ' wenn $\mu \leq \mu'$

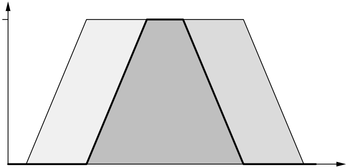
Beispiele für Standard-Fuzzy-Mengenoperationen



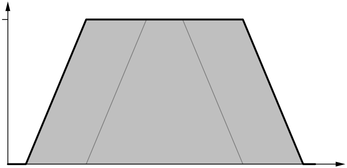
Fuzzy-Komplement $\neg\mu$



zwei Fuzzy-Mengen μ, μ'



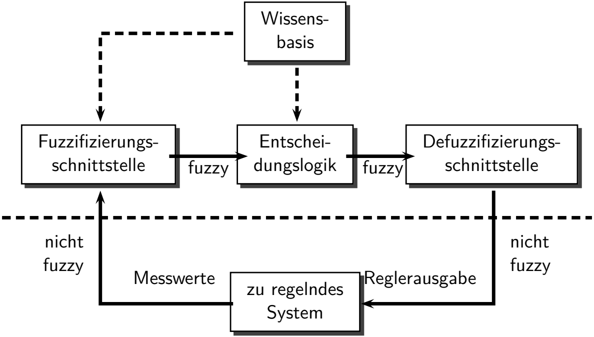
Fuzzy-Schnitt $\mu \wedge \mu'$



Fuzzy-Vereinigung $\mu \vee \mu'$

Übersicht

Architektur eines Fuzzy-Reglers

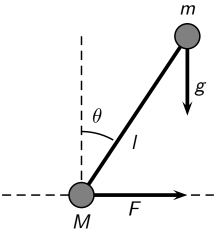


Wissensbasis = Fuzzy-Regeln + Fuzzy-Partitionen

Fuzzy-Regel: **if** X_1 **is** $A_{i_1}^{(1)}$ **and** ... **and** X_n **is** $A_{i_n}^{(n)}$ **then** Y **is** B

- $X_1, \dots, X_n$ Meßgrößen, Y Stellgröße
- $A_{i_k}^{(k)}$ und B linguistische Terme mit zugehörigen Fuzzy-Mengen

Beispiel — Stabbalance



Balancieren eines aufrecht stehenden Stabes durch Bewegung seines Fußes

unteres und oberes Stabende sind beweglich

Masse m am Fuß, Masse M am Kopf

Einfluss der Masse des Stabs vernachlässigbar klein

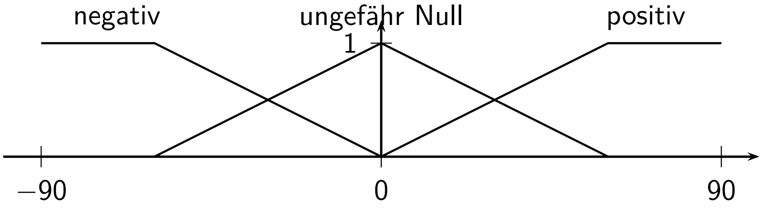
gesucht: Kraft F (Stellgröße)

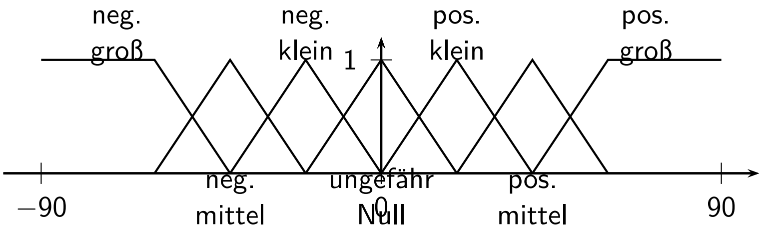
folgende Messgrößen gegeben:

- Winkel θ des Stabs in Bezug zur Vertikalen
- Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$

beide sollten schnell gegen Null konvergieren

Grobe und feine Fuzzy-Partitionen





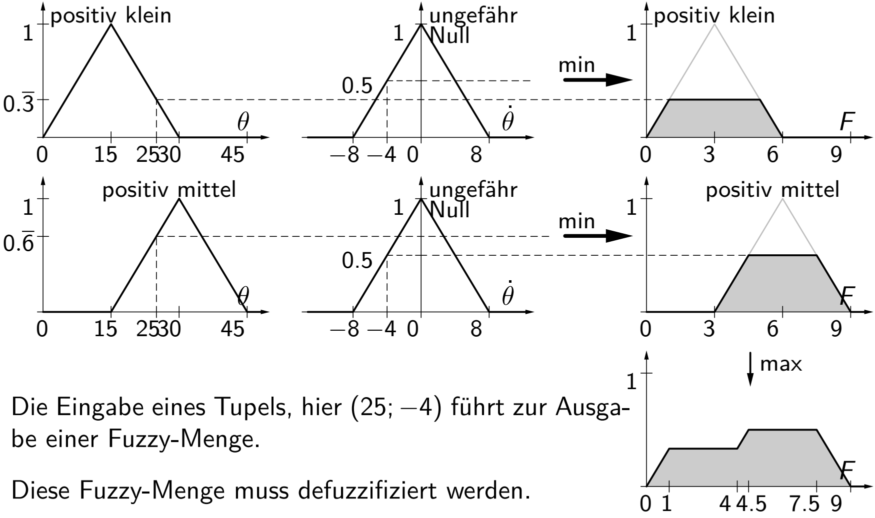
Stabbalance: Regelbasis

$\dot{\theta}$ \ θ	nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
nb			ps	pb			
nm				pm			
ns	nm		ns	ps			
az	nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
ps				ns	ps		pm
pm				nm			
pb				nb	ns		

19 Regeln wie z.B.:

Falls θ *ungefähr Null* ist und $\dot{\theta}$ *negativ mittel* ist
dann ist F *positiv mittel*.

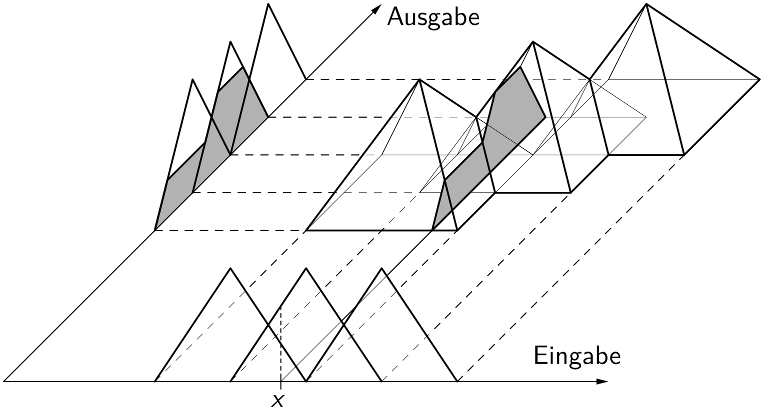
Fuzzy-Regelung nach Mamdani-Assilian



Die Eingabe eines Tupels, hier (25; −4) führt zur Ausgabe einer Fuzzy-Menge.

Diese Fuzzy-Menge muss defuzzifiziert werden.

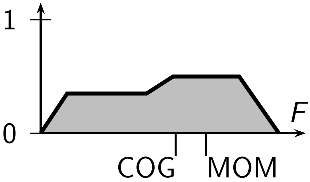
Fuzzy-Regelung nach Mamdani-Assilian



Fuzzy-Regelsystem mit 1 Mess-, 1 Stellgröße, und 3 Fuzzy-Regeln.
Jede Pyramide ist durch Fuzzy-Regel spezifiziert.
Eingabewert x führt zu grau gezeichneter unscharfen Ausgabe.

Defuzzifizierung

Auf Basis der Ausgabe-Fuzzy-Menge wird ein geeigneter scharfer Ausgabewert ausgewählt.



wichtigste Methoden zur Defuzzifizierung:

Schwerpunktmethode (Center Of Gravity, COG)
Schwerpunkt der Fläche unter Ausgabe-Fuzzy-Menge

Flächenmittelpunktmethode (Center Of Area, COA)
Punkt, der Fläche unter Ausgabe-Fuzzy-Menge in gleich große Teile teilt

Maxima-Mittelwert-Methode (Mean Of Maxima, MOM)
arithmetisches Mittel der Stellen mit maximalem Zugehörigkeitsgrad

Übersicht

1. Impräzision

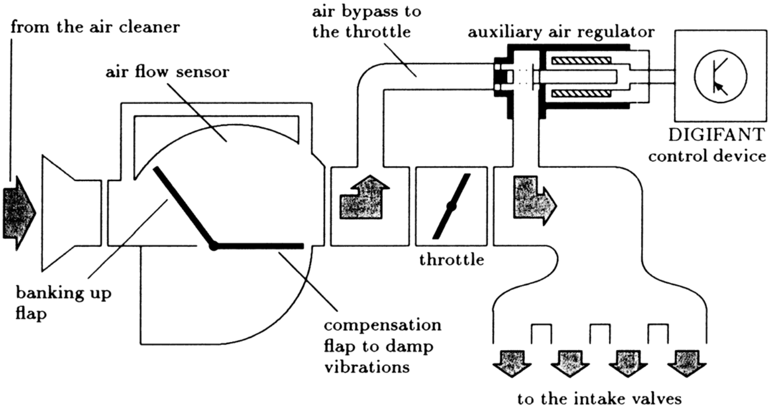
2. Fuzzy-Mengen

3. Fuzzy-Regelung

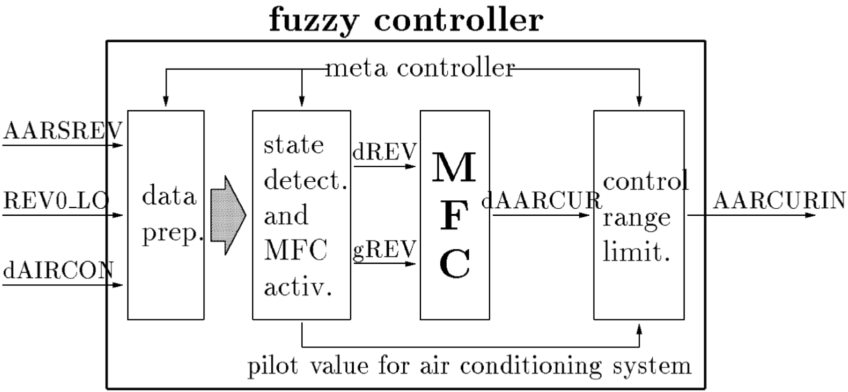
4. **Anwendungen**
   - Leerlaufdrehzahlregelung
   - Automatisches Getriebe

Beispiel — Leerlaufdrehzahlregelung

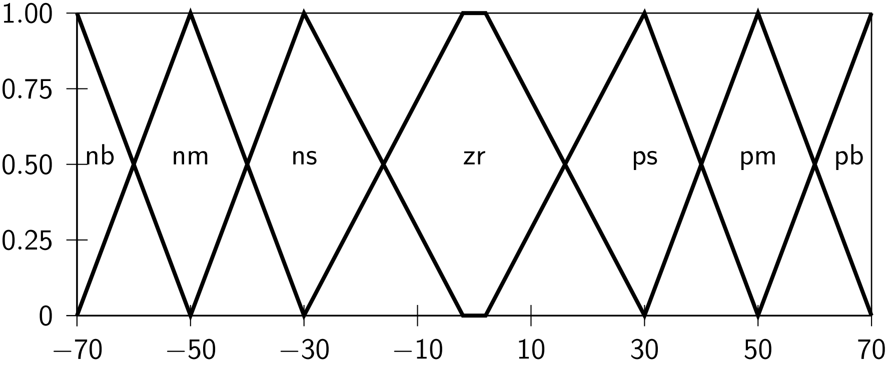
VW 2000cc 116-PS-Motor (Golf GTI)



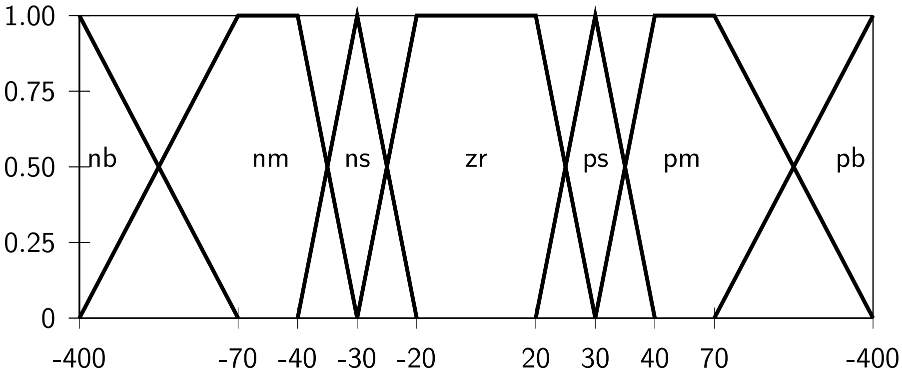
Struktur des Fuzzy-Reglers



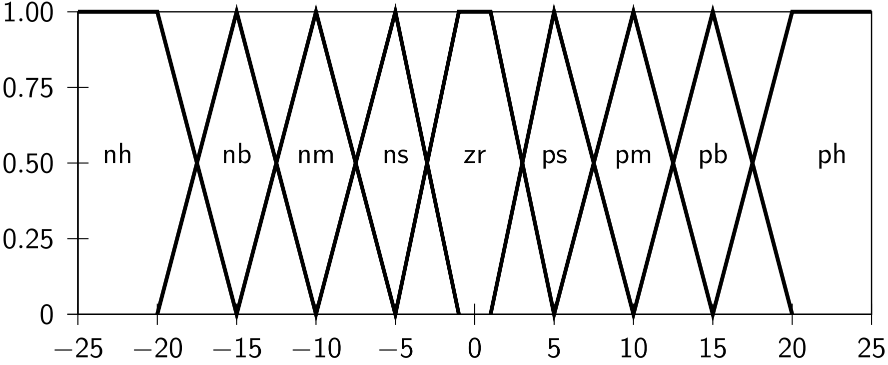
Abweichung der Drehzahl (dREV)



Gradient der Drehzahl (gREV)



Änderung des Stroms der Zusatzluft (dAARCUR)

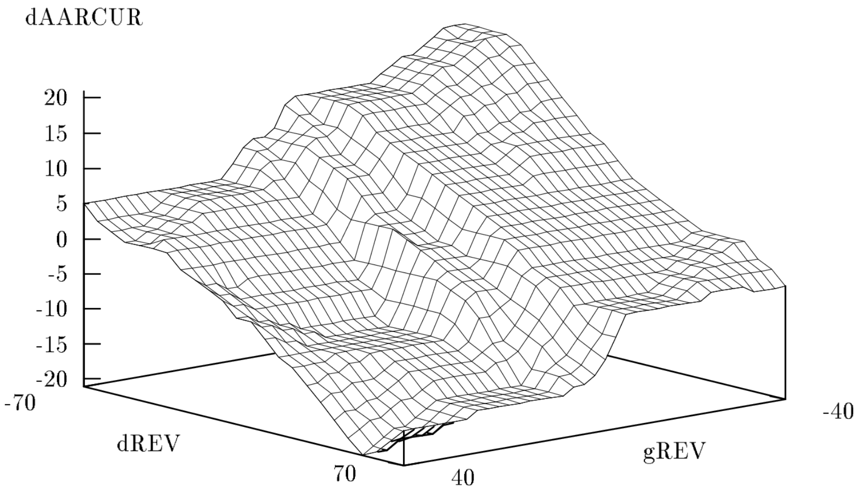


Regelbasis

Falls die Abweichung von der gewünschten Drehzahl negativ klein **und** der Gradient negativ mittel sind,
dann sollte die Änderung des Stroms der Zusatzluft positiv mittel sein.

		gREV						
		nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
	nb	ph	pb	pb	pm	pm	ps	ps
	nm	ph	pb	pm	pm	ps	ps	az
	ns	pb	pm	ps	ps	az	az	az
dREV	az	ps	ps	az	az	az	nm	ns
	ps	az	az	az	ns	ns	nm	nb
	pm	az	ns	ns	ns	nb	nb	nh
	pb	ns	ns	nm	nb	nb	nb	nh

Kennfeld



Beispiel — Automatisches Getriebe

VW-Getriebe mit zwei Modi (eco/sport), war bis 1995 in Serie

Forschungsziele seit 1991:

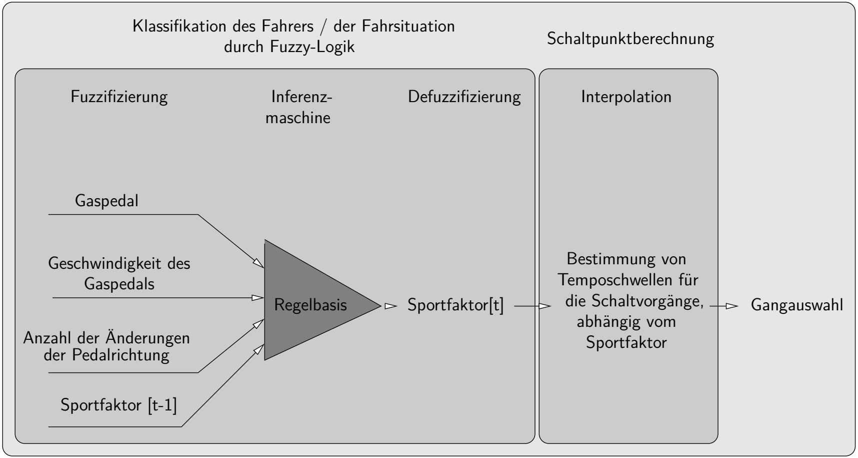
- individuelle Anpassung der Einstellpunkte
- keine zusätzlichen Sensoren

Idee: Auto „beobachtet“ Fahrer und klassifiziert ihn automatisch: ruhig, normal, sportlich (Sportfaktor), nervös (Beruhigung)

Test-Auto:

- verschiedene Fahrer, Klassifikation durch Passagier (Experte)
- gleichzeitige Messung von: Geschwindigkeit, Position und Beschleunigung des Gaspedals, Kickdown, Lenkeinschlag, . . . (insgesamt 14 Attribute)

Selbstanpassendes Getriebe im VW New Beetle (1995)



Technische Details

Mamdani-Regler mit 7 Regeln

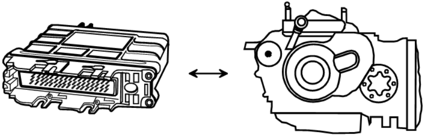
optimiertes Steuerprogramm

- 24 Byte RAM
- 702 Byte ROM
- jeweils in Steuereinheit (Digimat)

Laufzeit 80 ms

- 12x pro Sekunde wird neuer Sportfaktor errechnet

in Serienfertigung seit 1996



Weiterführende Literatur

Höppner, F., Klawonn, F., Kruse, R., and Runkler, T. (1999).
Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition.
John Wiley & Sons Ltd, New York, NY, USA.

Kruse, R., Borgelt, C., Klawonn, F., Moewes, C., Ruß, G., and Steinbrecher, M. (2011).
Computational Intelligence: Eine methodische Einführung in Künstliche Neuronale Netze, Evolutionäre Algorithmen, Fuzzy-Systeme und Bayes-Netze.
Vieweg+Teubner-Verlag, Wiesbaden.

Michels, K., Klawonn, F., Kruse, R., and Nürnberger, A. (2003).
Fuzzy Regelung: Grundlagen, Entwurf, Analyse.
Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin / Heidelberg, Germany.