INF FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Intelligente Systeme

Evolutionäre Algorithmen

Prof. Dr. R. Kruse **C. Braune**

{kruse,cbraune}@iws.cs.uni-magdeburg.de

Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Übersicht

1. Biologische Grundlagen

2. Grundlagen evolutionärer Algorithmen

3. Genetische Programmierung

4. Reale Anwendungsbeispiel

Motivation

EAs basieren auf der **biologischen Evolutionstheorie**

Grundsätzliches Prinzip:

- **Auswahl von zufällig entstehenden, vorteilhaften Eigenschaften durch natürliche Auslese**
- Individuen mit vorteilhaften Eigenschaften: bessere Fortpflanzungs- und Vermehrungschancen – *„differentielle Reproduktion“*

Evolutionstheorie erklärt Vielfalt und Komplexität der Lebewesen

Biologische Evolutionstheorie

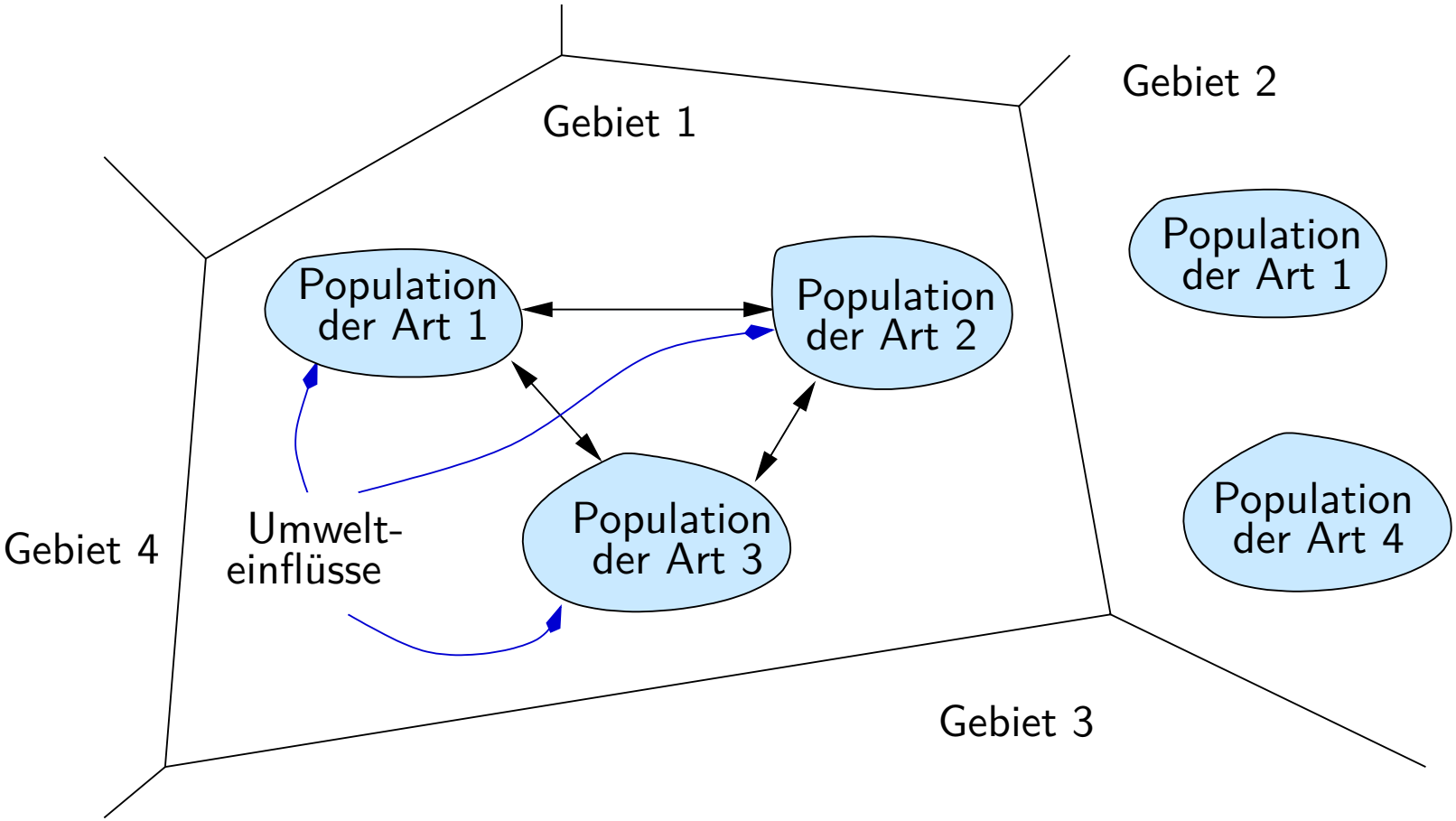
Allmähliche Entwicklung der Lebewesen $\Rightarrow$ sehr komplexen Entwicklungen

Reine Beobachtung und Hypothesenbildung durch Lamarck (1809) und Darwin (1859)

Wissenschaftliche Erklärungen: Populationsgenetik (1908)

Erklärungen der Molekulargenetik: Watson und Crick (1953)

Biologisches Modell



Biologisches Modell

Langfristige Anpassung von Faktoren wie

- Nahrungsaufnahme,
- Partnerfindung,
- Fortpflanzung,
- Tarnung

führt zur Entwicklung hochkomplexer Lösungen

Biologische Evolutionsfaktoren

Evolution nur dann möglich, wenn sich Genfrequenz ändert

Auftreten von Faktoren wie

- Mutation
- Selektion
- Genfluss
- Gendrift

Mutation

Direkte Änderung der Genfrequenz durch kleine Veränderungen an Individuen auf molekulargenetischer Ebene

Natürlicher Vervielfältigungsfehler

Mutationsrate beim Menschen: 10^{-10}

Also bei 10^5 Genen mit 10^4 Bausteinen: 1 Mutation bei jeder 10. Zellteilung

Nur kleine Mutationen meist überlebensfähig

Selektion

Änderung der Genfrequenz durch unterschiedlich viele Nachkommen der einzelnen Individuen

$$\text{Fitness eines Allels} = \frac{\#\text{Nachkommen}}{\#\text{Nachkommen des besten Allels}}$$

Unterschiedliche Ursachen:

- Überlebenschancen
- Fruchtbarkeit
- Fähigkeit, einen Partner zu finden
- Länge der Generationsdauer

Genfluss und Gendrift

Genfluss:

- Migration zwischen sonst getrennten Populationen
- Änderung der Genfrequenz
- Bei Standard-EA nicht imitiert (für Parallelrechner relevant)

Gendrift:

- Große Populationen: stabil bezüglich Zufallsereignissen
- Kleinen Populationen: zufälliges „Driften“ des gesamten Genpools
- Faktor bei EA (aber nicht gezielt, da eher negativ)

Rekombination

Laut Populationsgenetik kein Faktor: Genfrequenz gleichbleibend in großen Populationen

Sichtweise der Populationsgenetik ist mechanistisch:
Gene sind Bauplan, wobei Rekombination sie nur neu zusammenstellt

Modernere Sichtweise: genetisches Netzwerk, wobei Gene abhängig von anderen Genen aktiv sind

Selbstorganisierter, zyklischer „Wachstumsprozess“: durch Rekombination neue Zusammenhänge erschaffen

Benutzung der Rekombination in EA: zufälliges Durchprobieren anderer Kombinationen (ohne Selbstorganisation)

Übersicht

1. Biologische Grundlagen

2. **Grundlagen evolutionärer Algorithmen**
   - Grundbegriffe
   - Elemente

3. Genetische Programmierung

4. Reale Anwendungsbeispiel

Grundbegriffe und ihre Bedeutung I

Begriff	Biologie	Informatik
Individuum	Lebewesen	Lösungskandidat
Chromosom	DNS-Histon-Protein-Strang	Zeichenkette
	legt „Bauplan“ bzw. (Teil der Eigenschaften) eines Individuums in kodierter Form fest	
	meist mehrere Chromsomen je Individuum	meist nur ein Chromosom je Individuum
Gen	Teilstück eines Chromosoms	ein Zeichen
	grundlegende Einheit der Vererbung, die eine (Teil-)Eigenschaft eines Individuums festlegt	
Allel (Allelomorph)	Ausprägung eines Gens	Wert eines Zeichens
	je Chromosom gibt es nur eine Ausprägung eines Gens	
Locus	Ort eines Gens	Position eines Zeichens
	in einem Chromosom gibt es an jedem Ort genau ein Gen	

Grundbegriffe und ihre Bedeutung II

Begriff	Biologie	Informatik
Phänotyp	äußeres Erscheinungsbild eines Lebewesens	Umsetzung/Implementierung eines Lösungskandidaten
Genotyp	genetische Konstitution eines Lebewesens	Kodierung eines Lösungskandidaten
Population	Menge von Lebewesen	Familie/Multimenge von Chromosomen
Generation	Population zu einem Zeitpunkt	
Reproduktion	Erzeugen von Nachkommen aus einem oder mehreren (meist zwei) Lebewesen	Erzeugen von (Kind-)Chromosomen aus 1 oder mehreren (Eltern-)Chromosomen
Fitness	Tauglichkeit/Angepaßtheit eines Lebewesens	Güte/Tauglichkeit eines Lösungskandidaten
	bestimmt Überlebens- und Fortpflanzungschancen	

Elemente eines EAs I

Kodierungsvorschrift für Lösungskandidaten

- Problemspezifische Kodierung der Lösungskandidaten
- Keine allgemeinen Regeln
- Später: einige Aspekte, zur Beachtung bei Wahl einer Kodierung

Methode, die **Anfangspopulation** erzeugt

- Meistens Erzeugen zufälliger Zeichenketten
- Auch komplexere Verfahren je nach gewählter Kodierung

Elemente eines EAs II

Bewertungsfunktion (Fitnessfunktion) für die Individuen

- Stellt Umgebung dar und gibt Güte der Individuen an
- Meist identisch mit zu optimierender Funktion
- Enthält auch zusätzliche Elemente (z.B. Nebenbedingungen)

Auswahlmethode basierend auf Fitnessfunktion

- Bestimmt Individuen für Erzeugung von Nachkommen
- Wählt Individuen unverändert in nächste Generation

Elemente eines EAs III

Genetische Operatoren, die Lösungskandidaten ändern

Mutation — zufällige Veränderung einzelner Gene

Crossover — Rekombination von Chromosomen

- Richtig: “crossing over” (Meiose-Vorgang, Zellteilungsphase)
- Chromsomen werden zerteilt und dann überkreuzt zusammengefügt

Parameterwerte (Populationsgröße, Mutationsw’keit, etc.)

Abbruchkriterium, z.B.

Festgelegte Anzahl von Generationen berechnet

Festgelegte Anzahl von Generationen keine Verbesserung

Vorgegebene Mindestlösungsgüte erreicht

Beispiele für Optimierungsprobleme I

Parameteroptimierung

z.B. Krümmung von Rohren für minimalen Widerstand

Allgemein: Parametersatz finden, der gegebene reellwertige Funktion (möglichst global) optimiert

Packprobleme

Z.B. Rucksack füllen mit maximalem Wert

Oder Packen möglichst weniger Kisten mit gegebenen Gütern

Wegeprobleme

Z.B. Problem des Handlungsreisenden (z.B. Bohren von Platinen)

Reihenfolge anzufahrender Ziele, Fahrtroutenoptimierung, Verlegen von Leiterbahnen auf Platinen/integrierten Schaltkreisen

Beispiele für Optimierungsprobleme II

Anordnungsprobleme

Z.B. Steinerproblem (engl. facility allocation problem):

Positionierung von Verteilerknoten z.B. in Telefonnetz

Planungsprobleme

Z.B. Ablaufpläne (Scheduling), Arbeitspläne, Operationenfolgen
(Auch Optimierung in Compilern — Umordnung der Befehle)

Strategieprobleme

z.B. Gefangenendilemma und andere Modelle der Spieltheorie

Verhaltensmodellierung von Akteuren im Wirtschaftsleben

Biologische Modellbildung

Z.B. Netspinner (beschreibende Regeln zum Spinnennetz-Bau)

EA optimiert Parameter, Vergleich mit Realität $\Rightarrow$ gutes Modell

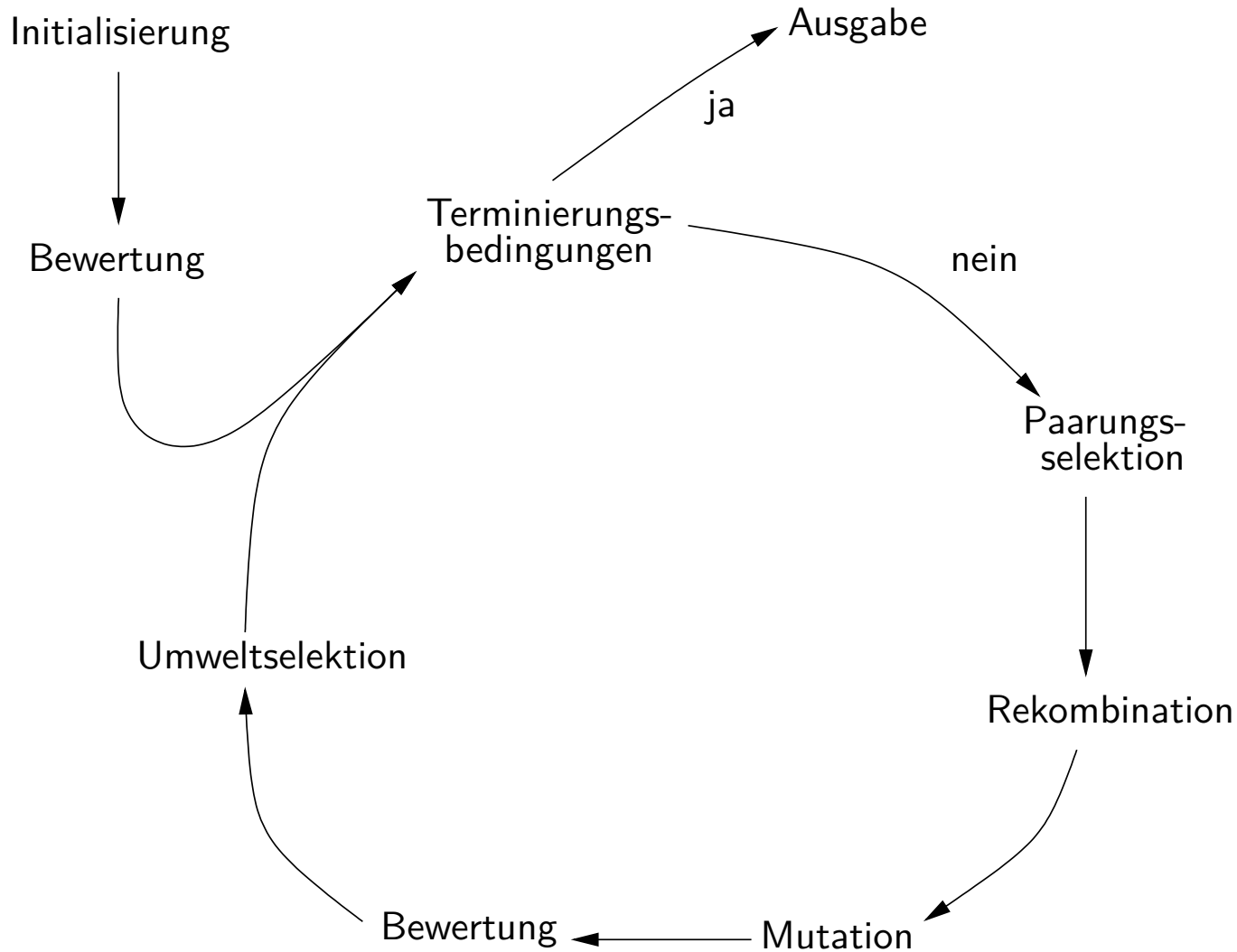
Generischer Grundalgorithmus

Algorithmus 1 EA-Schema

Eingabe: Optimierungsproblem

$t \leftarrow 0$
pop$(t) \leftarrow$ Erzeuge Population der Größe μ
Bewerte pop(t)
while Terminierungsbedingung nicht erfüllt $\{$
  pop$_1 \leftarrow$ Selektiere Eltern für λ Nachkommen aus pop(t)
  pop$_2 \leftarrow$ Erzeuge Nachkommen durch Rekombination aus pop$_1$
  pop$_3 \leftarrow$ Mutiere die Individuen in pop$_2$
  Bewerte pop$_3$
  $t \leftarrow t + 1$
  pop$(t) \leftarrow$ Selektiere μ Individuen aus pop$_3 \cup$ pop$(t-1)$
$\}$
return Bestes Individuum aus pop(t)

Zyklischer Ablauf des EA



Übersicht

1. Biologische Grundlagen

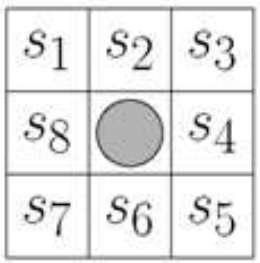
2. Grundlagen evolutionärer Algorithmen

3. **Genetische Programmierung**
   - Terminal- und Funktionssymbole
   - Symbolische Ausdrücke
   - Ablauf eines GPs
   - Genetische Operatoren
   - 11-Multiplexer
   - Stimulus-Response-Agent

4. Reale Anwendungsbeispiel

Beispiel: Stimulus-Response-Agent

Betrachte Stimulus-Response-Agenten in Gitterwelt:

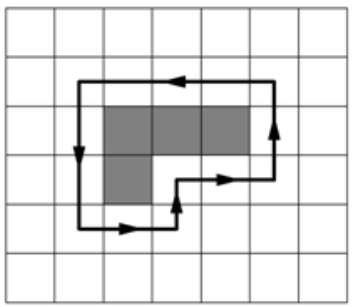


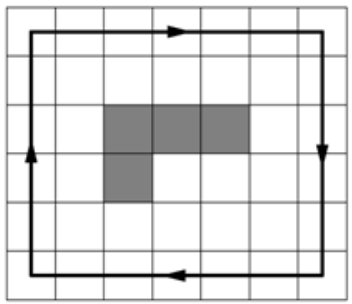
8 Sensoren $s_1, \ldots, s_8$ liefern Zustand der Nachbarfelder

4 Aktionen: go east, go north, go west, go south

Direkte Berechnung der Aktion aus $s_1, \ldots, s_8$, kein Gedächtnis

Aufgabe: Umlaufe ein im Raum stehendes Hindernis oder laufe Begrenzung des Raumes ab!





Genetische Programmierung

Idee:

- Beschreibung einer Problemlösung durch Computerprogramm"
- Dieses verbindet gewisse Eingaben mit gewissen Ausgaben
- Suche nach passendem Computerprogramm
- GP = genereller Weg, Computerprogramme zu lernen/zu erzeugen
- Darstellung der Programme durch sog. Parse-Bäume

Darstellung der Lösungskandidaten

EA: Chromosomen fester Länge (Vektor von Genen)

GP: Funktionsausdrücke bzw. Programme

- **Genetische Programmierung**
- Komplexere Chromosomen variabler Länge

Formale Grundlage: Grammatik zur Beschreibung der Sprache

Festlegung zweier, problemspezifischer Mengen $\mathcal{F}, \mathcal{T}$

- $\mathcal{F}$ – Menge der Funktionssymbole und Operatoren
- $\mathcal{T}$ – Menge der Terminalsymbole (Konstanten und Variablen)

Sollten nicht zu groß sein (Beschränkung des Suchraums)

Dennoch reichhaltig genug, um Problemlösung zu ermöglichen

Beispiele zu Symbolmengen

Beispiel 1: Erlernen einer Booleschen Funktion

$\mathcal{F} = \{\text{and}, \text{or}, \text{not}, \text{if} \ldots \text{then} \ldots \text{else} \ldots, \ldots\}$

$\mathcal{T} = \{x_1, \ldots, x_m, 1, 0\}$ bzw. $\mathcal{T} = \{x_1, \ldots, x_m, t, f\}$

Beispiel 2: Symbolische Regression

Regression: Bestimmung einer Ausgleichsfunktion zu geg. Daten unter Minimierung der Fehlerquadratsumme – *Methode der kleinsten Quadrate*

$\mathcal{F} = \{+, -, *, /, \sqrt{\ }, \sin, \cos, \log, \exp, \ldots\}$

$\mathcal{T} = \{\mathrm{x}_1, \ldots, \mathrm{x}_\mathrm{m}\} \cup \mathbb{R}$

Abgeschlossenheit von $\mathcal{F}$ und $\mathcal{T}$

Wünschenswert: $\mathcal{F}$ und $\mathcal{T}$ sollten abgeschlossen sein

Funktionen $\in \mathcal{F}$ akzeptieren alle möglichen Eingabewerte

- Z.B. Division durch 0 würde Ausführung mit Fehler beenden

Falls keine Abgeschlossenheit, dann Lösen eines Optimierungsproblems mit Bedingungen

Reparaturmaßnahmen oder Strafterme u.U. nötig

Abgeschlossenheit von $\mathcal{F}$ und $\mathcal{T}$

Verschiedene Strategien garantieren Abgeschlossenheit, z.B.

Implementierung von gesicherten Versionen anfälliger Operatoren

- Gesicherte Division: Divisor $0 \Rightarrow 0$/Maximalwert zurückgeben
- Gesicherte Wurzelfunktion: operieren mit Absolutwert
- Gesicherte Logarithmusfunktion: $\forall x \leq 0 : \quad \log(x) = 0$ o.Ä.

Kombination verschiedener Funktionsarten, z.B. numerische und boolesche Werte (FALSE $= 0$, TRUE $\neq 0$)

Implementierung von bedingten Vergleichsoperatoren, z.B. *IF* $x < 0$ *THEN* ...

...

Vollständigkeit von $\mathcal{F}$ und $\mathcal{T}$

GP ist nur effizient und effektiv, wenn $\mathcal{F}$ und $\mathcal{T}$ hinreichend/vollständig zum Finden eines angemessenen Programms

Z.B. Boolesche Aussagenlogik: $\mathcal{F} = \{\wedge, \neg\}$ und $\mathcal{F} = \{\rightarrow, \neg\}$ sind vollständig, $\mathcal{F} = \{\wedge\}$ nicht

Generelles Problem des maschinellen Lernens: **Merkmalsauswahl**

Finden der kleinsten vollständigen Menge: (meistens) NP-schwer

Gewöhnlich: mehr Funktionen in $\mathcal{F}$ als notwendig

Symbolische Ausdrücke

Chromosomen = Ausdrücke (zusammengesetzt aus Elementen aus $\mathcal{C} = \mathcal{F} \cup \mathcal{T}$ und ggf. Klammern)

Allerdings: Beschränkung auf „wohlgeformte“ Ausdrücke

Üblich: **rekursive Definition** (Präfixnotation):

- Konstanten- und Variablensymbole = symbolische Ausdrücke
- $t_1, \ldots, t_n$ symbolische Ausdrücke und $f \in \mathcal{F}$ (n-stelliges) Funktionssymbol $\Longrightarrow$ $(f t_1 \ldots t_n)$ symbolischer Ausdruck
- Keine anderen Zeichenfolgen sind symbolische Ausdrücke

Beispiele zu dieser Definition:

- „$(+\ (*\ 3\ x)\ (/\ 8\ 2))$“ ist symbolischer Ausdruck
  Lisp- bzw. Scheme-artige Schreibweise, Bedeutung: $3 \cdot x + \frac{8}{2}$
- „$2\ 7\ *\ (3\ /$“ ist kein symbolischer Ausdruck

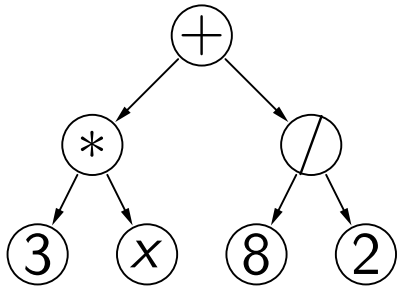
Implementierung

Günstig für GPs: Darstellung der Ausdrücke als Parse-Bäume (werden im Parser z.B. eines Compilers verwendet, um arithmetische Ausdrücke darzustellen und anschließend zu optimieren)

Symbolischer Ausdruck:

$(+\ (*\ 3\ x)\ (/\ 8\ 2))$

Parse-Baum:



In Lisp/Scheme sind Ausdrücke verschachtelte Listen:
erstes Listenelement ist Funktionssymbol (Operator)
nachfolgende Elemente sind Argumente (Operanden)

Ablauf einer Genetischen Programmierung

Erzeugen einer **Anfangspopulation** zufälliger symbolischer Ausdrücke

Bewertung der Ausdrücke durch Berechnung der Fitness

- Erlernen Boolescher Funktionen: Anteil korrekter Ausgaben für alle Eingaben bzgl. einer Stichprobe
- Symbolische Regression: Summe der Fehlerquadrate über gegebene Messpunkte
  1-D: Daten (x_i, y_i), $i = 1, \ldots, n$, Fitness
  $f(c) = \sum_{i=1}^{n} (c(x_i) - y_i)^2$

Selektion mit einem der besprochenen Verfahren

Anwendung **genetischer Operatoren**, meist nur Crossover

Genetische Operatoren

Für gewöhnlich: initiierte Population hat sehr geringe Fitness

Evolutionärer Prozess verändert anfängliche Population durch genetische Operatoren

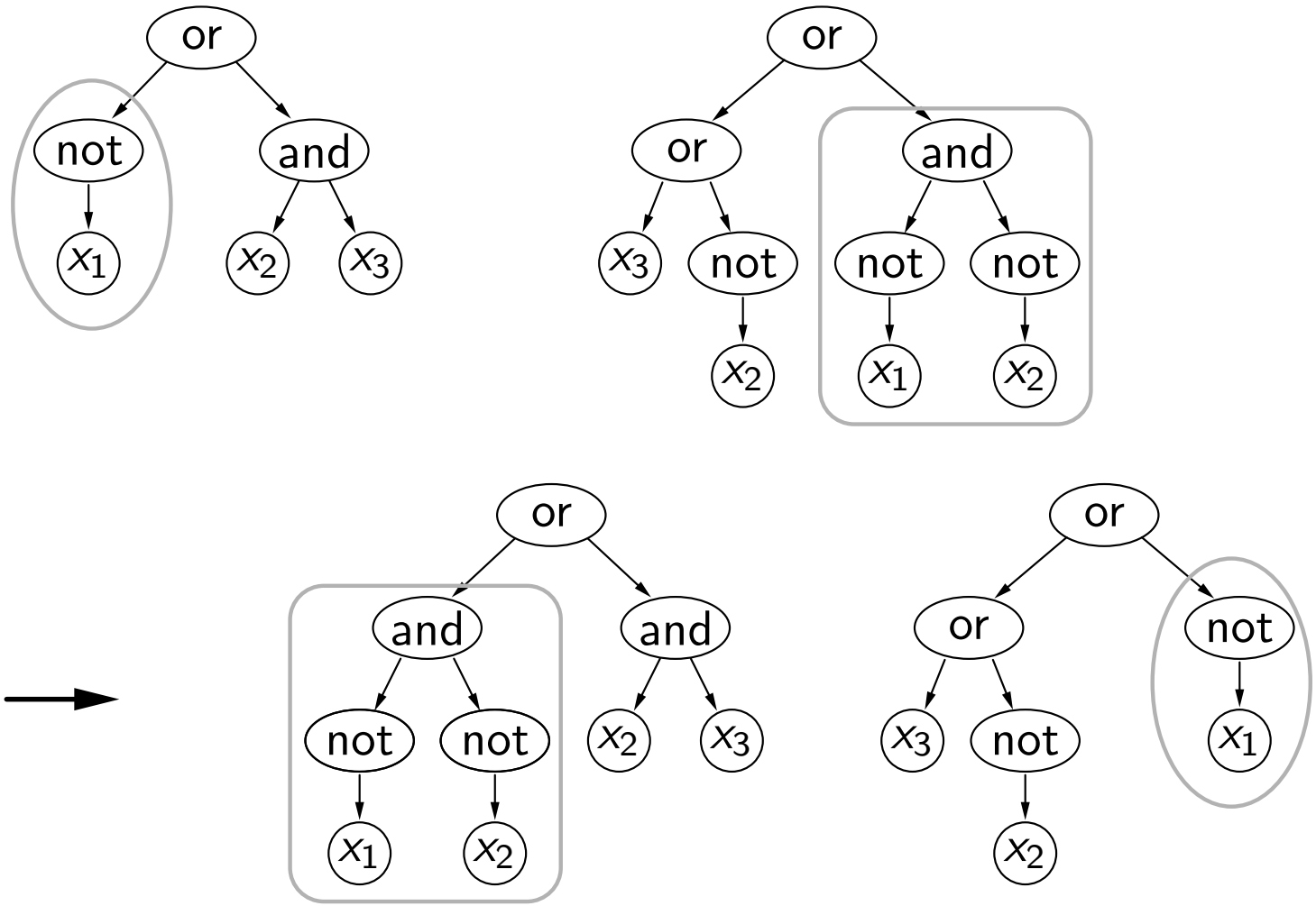
Für GPs: viele verschiedene genetische Operatoren

Wichtigsten drei:

- Crossover
- Mutation
- Klonale Reproduktion (Kopieren eines Individuums)

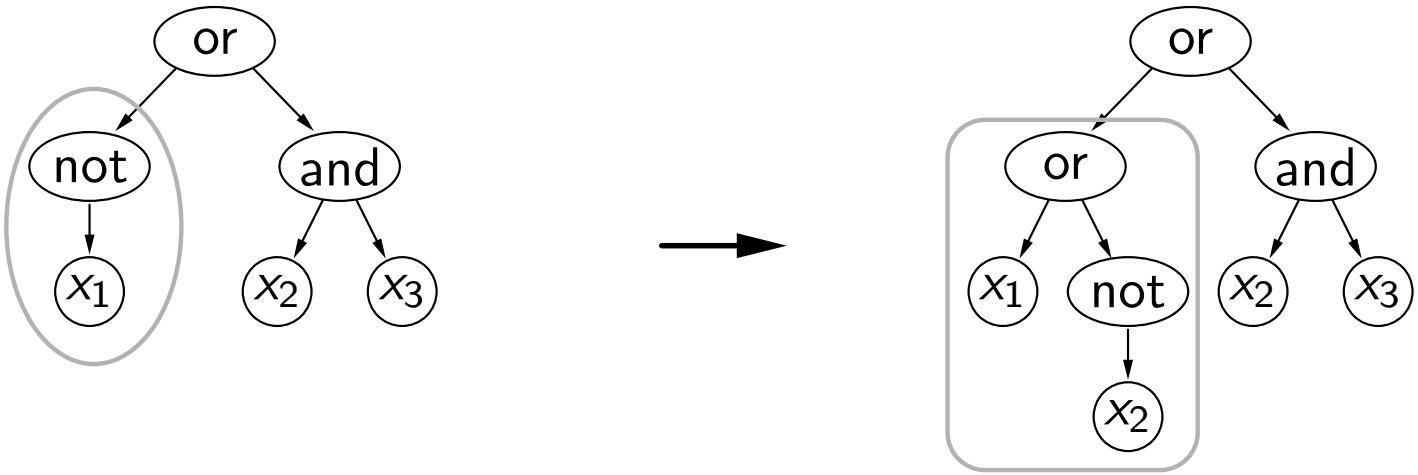
Crossover

Austausch zweier Teilausdrücke (Teilbäume)



Mutation

Ersetzen eines Teilausdrucks (Teilbaums) durch zufällig erzeugten:



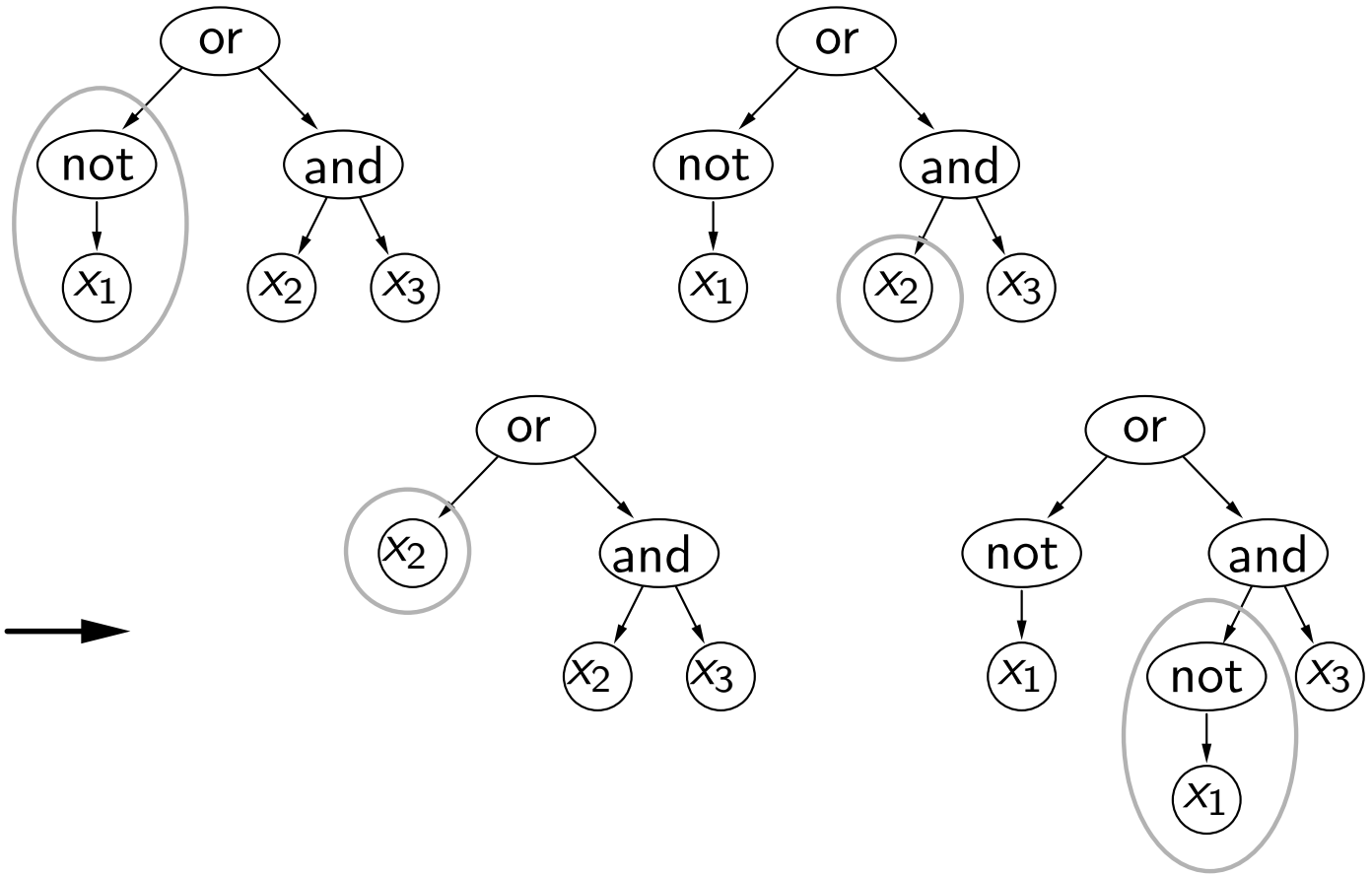
Möglichst nur kleine Teilbäume ersetzen

Bei großer Population: meist nur Crossover und keine Mutation, da hinreichender Vorrat an „genetischem Material“

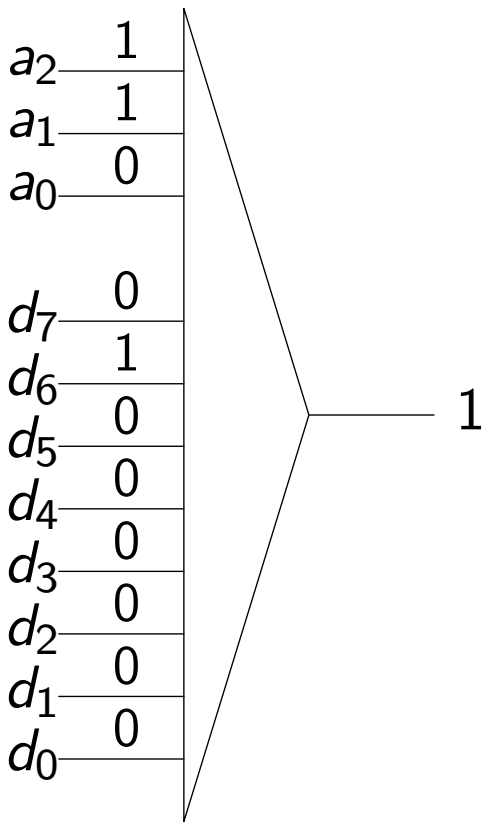
Vorteil des Crossover

Crossover von GPs ist mächtiger als Crossover von Vektoren

Grund: Crossover identischer Elternprogramme führt u.U. zu verschiedenen Individuen



Beispiel: 11-Multiplexer



Multiplexer mit 8 Daten- und 3 Adressleitungen (Zustand der Adressleitungen gibt durchzuschaltende Datenleitung an)

$2^{11} = 2048$ mögliche Eingaben mit je einer zugehörigen Ausgabe

Festlegung der Symbolmengen:

- $\mathcal{T} = \{a_0, a_1, a_2, d_0, \ldots, d_7\}$
- $\mathcal{F} = \{\text{and}, \text{or}, \text{not}, \text{if}\}$

Fitnessfunktion: $f(s) = 2048 - \sum_{i=1}^{2048} e_i$, wobei e_i Fehler für i-te Eingabe ist

11-Multiplexer

Populationsgröße $|P| = 4000$

Anfangstiefe der Parse-Bäume: 6, maximale Tiefe: 17

Fitnesswerte in Anfangspopulation zwischen 768 und 1280, mittlere Fitness von 1063
(Erwartungswert ist 1024, da bei zufälliger Ausgabe im Durchschnitt Hälfte der Ausgaben richtig)

23 Ausdrücke haben Fitness von 1280, einer davon entspricht 3-Multiplexer: (if a_0 d_1 d_2)

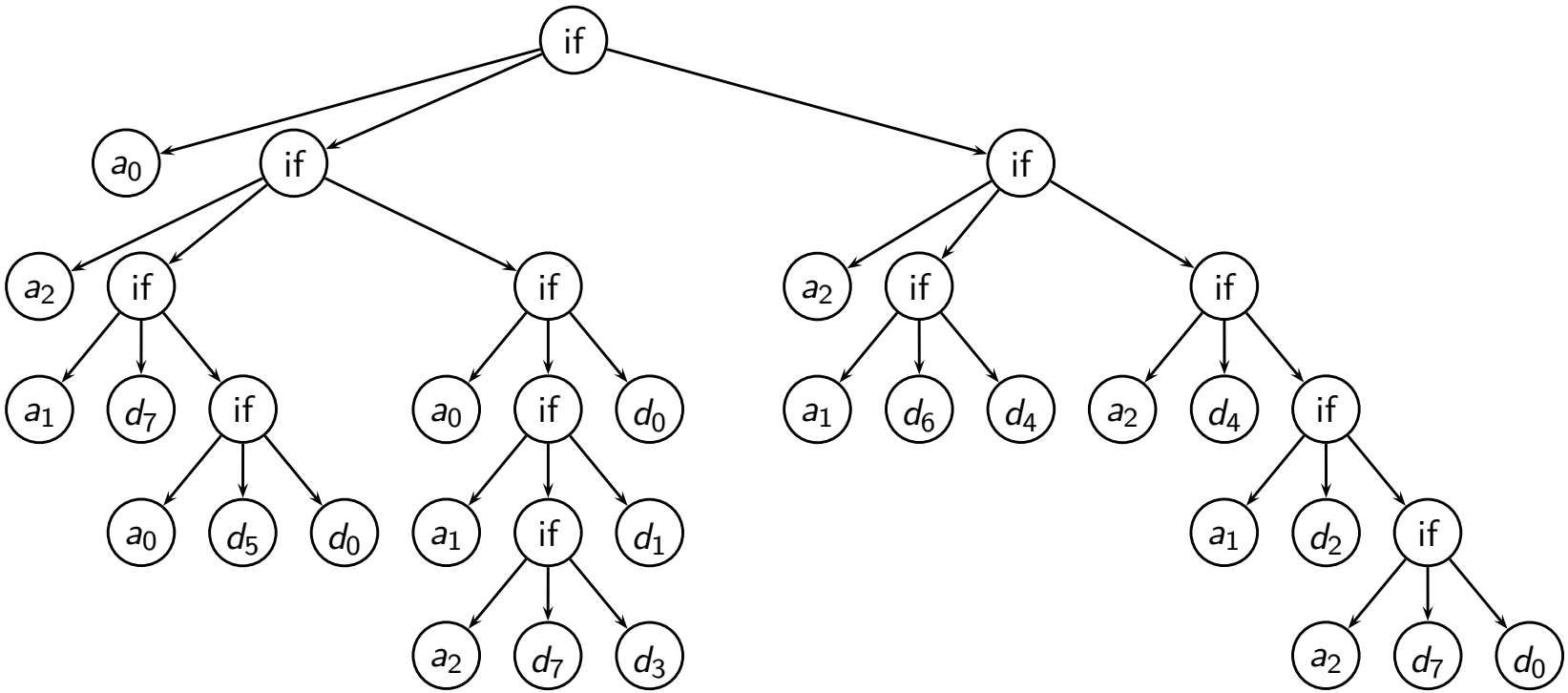
Fitnessproportionale Selektion

90% (3600) der Individuen werden Crossover unterworfen

10% (400) werden unverändert übernommen

11-Multiplexer

Nach nur 9 Generationen: Lösung mit Fitness 2048



Eher schwer zu interpretieren für Menschen

Kann vereinfacht werden durch Umformung (engl. editing)

Umformung

Asexuelle Operation eines Individuums

Dient der Vereinfachung durch generelle und spezielle Regeln

Generell: falls Funktion ohne Nebeneffekte im Baum mit konstanten Argumenten, dann evaluiere Funktion und ersetze Teilbaum mit Ergebnis

Speziell: hier Aussagenlogik

- $\neg(\neg A) \rightarrow A, \quad (A \wedge A) \rightarrow A, \quad (A \vee A) \rightarrow A$, usw.
- de Morgan'schen Gesetze, usw.

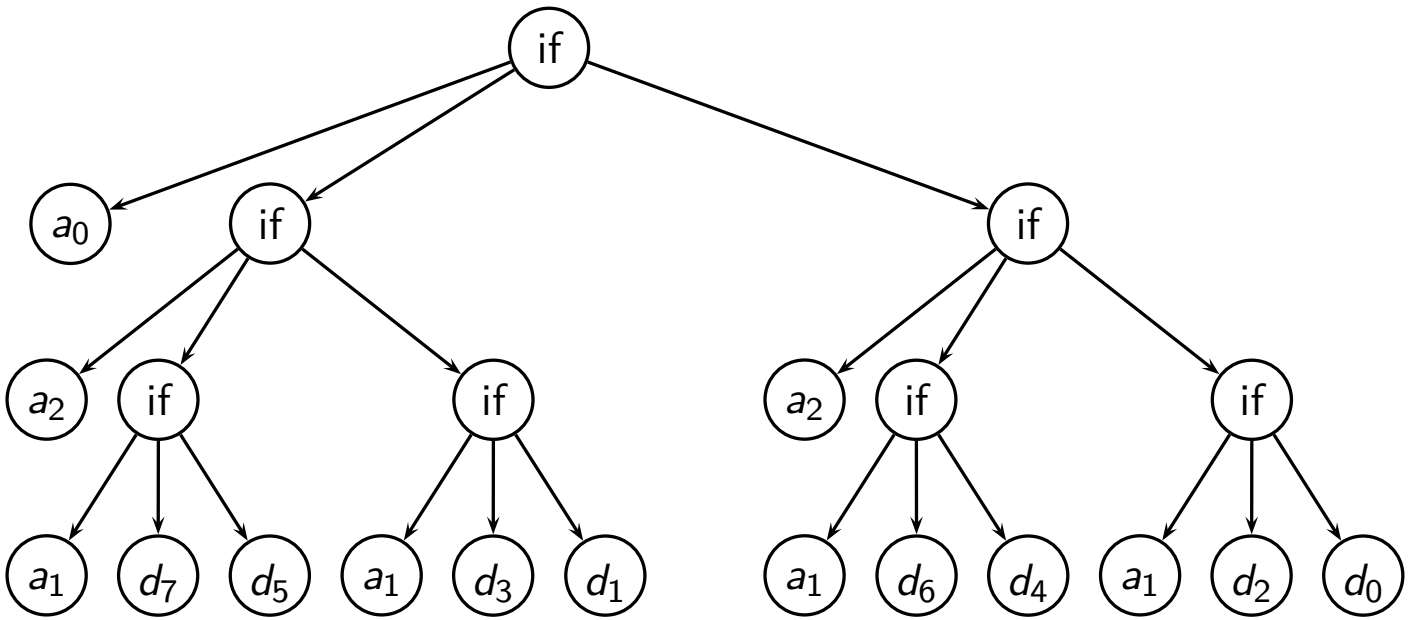
Umformung: z.B. als Operator während GP-Suche

Reduktion aufgeblähter Individuen auf Kosten der Diversität

Normalerweise: Umformung nur zur Interpretation der Ergebnisse

11-Multiplexer

Beste Lösung gestutzt durch Aufbereitung:



11-Multiplexer

Beachte: beste Lösung durch GP ist hierarchisch

Zerlegung des 11-Multiplexer-Problems anhand zwei kleinerer:

- 6-Multiplexer: 2 Adressbits und 4 Datenbits
- 3-Multiplexer: 1 Adressbit und 2 Datenbits

GP-Lösung = Komposition zweier 6-Multiplexer:
a_0 wird genutzt, zu entscheiden ob entweder Adressbit a_1 oder a_2 auf d_7, d_5, d_3, d_1 oder d_6, d_4, d_2, d_0 verweisen sollten

Weiterhin: unterste Ebene der 6-Multiplexer ist Komposition zweier 3-Multiplexer

11-Multiplexer

Bestes Individuum in 9. Generation erreicht bestmögliche Fitness

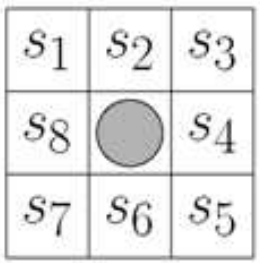
Frage: wie wahrscheinlich ist dies anhand blinder Suche?

Schätzung der Zahl aller booleschen Funktionen:

- Wie viele boolesche Funktionen gibt es für 11 Variablen?
- Warum ist dieser Wert nicht hinreichend für GPs?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es mit unbeschränkter Baumtiefe?

Beispiel: Stimulus-Response-Agent

Betrachte Stimulus-Response-Agenten in Gitterwelt:

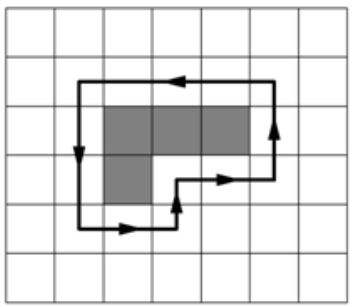


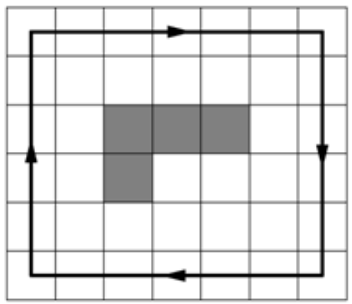
8 Sensoren $s_1, \ldots, s_8$ liefern Zustand der Nachbarfelder

4 Aktionen: go east, go north, go west, go south

Direkte Berechnung der Aktion aus $s_1, \ldots, s_8$, kein Gedächtnis

Aufgabe: umlaufe ein im Raum stehendes Hindernis oder laufe Begrenzung des Raumes ab!





Stimulus-Response-Agent

$\mathcal{T} = \{s_1, \ldots, s_8, \mathrm{E}, \mathrm{N}, \mathrm{W}, \mathrm{S}, 0, 1\}, \qquad \mathcal{F} = \{\mathrm{and}, \mathrm{or}, \mathrm{not}, \mathrm{if}\}$

Vervollständigung der Funktionen, z.B. durch

$$(\mathrm{and}\ x\ y) = \begin{cases} \mathrm{false}, & \text{falls } x = \mathrm{false}, \\ y, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(beachte: logische Operation liefert Aktion)

Populationsgröße $|P| = 5000$

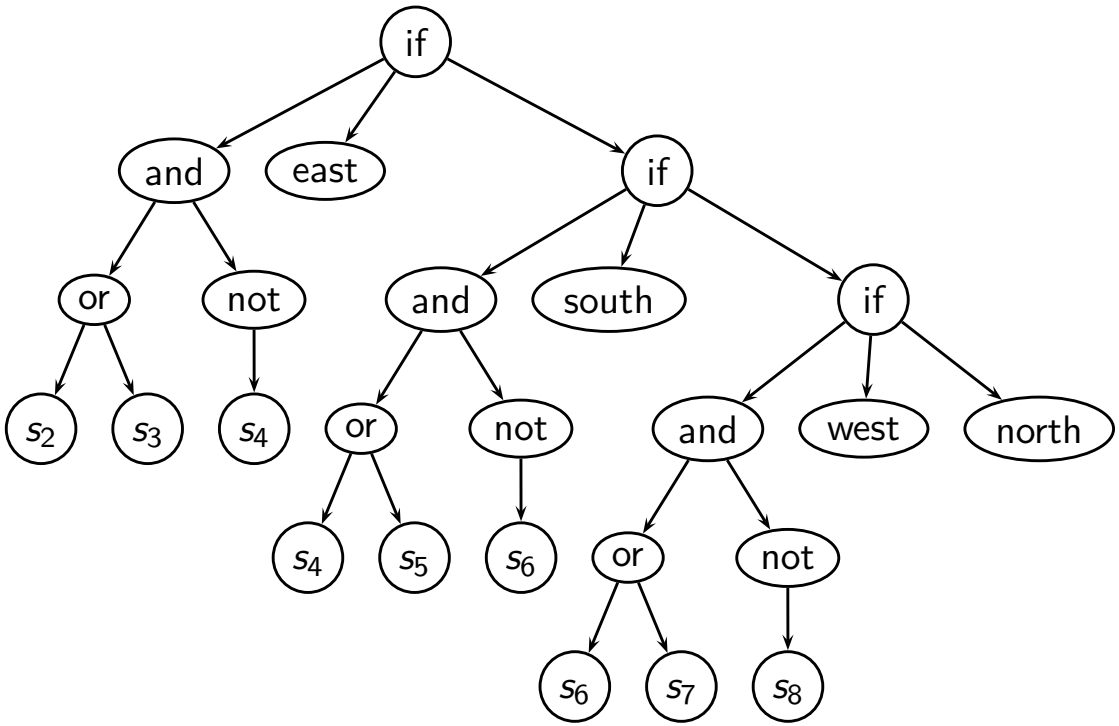
Aufbau der Nachfolgepopulation

- 10% (500) Lösungen unverändert übernommen
- 90% (4500) Lösungen durch Crossover erzeugt
- $<$1% Lösungen mutiert

10 Generationen (ohne Anfangspopulation) berechnet

Stimulus-Response-Agent

Optimale, von Hand konstruierte Lösung:



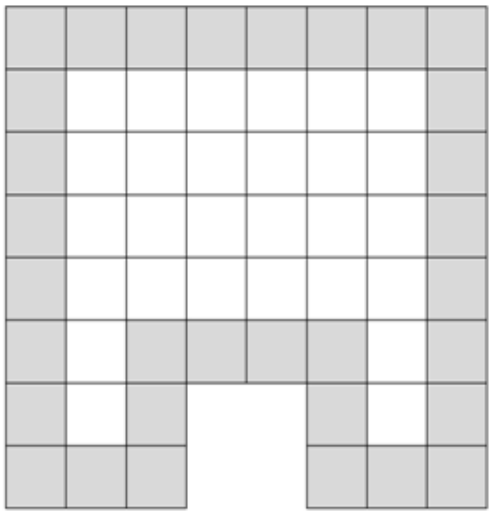
Finden genau dieser Lösung: höchst unwahrscheinlich

Strafterm als Maß der Komplexität eines Ausdrucks

Einfachheit der Chromosomen

Stimulus-Response-Agent

Bewertung einer Kandidatenlösung anhand eines Testraumes:



Perfekt arbeitendes Steuerprogramm: Agenten läuft grau gezeichneten Felder ab

Startfeld zufällig

Falls Aktion nicht ausführbar oder statt Aktion Wahrheitswert geliefert, dann Ausführung des Steuerprogramms abbrechen

Pro Chromosom: 10 zufällige Startfelder, Bewegung wird verfolgt

Zahl der insgesamt besuchten Randfelder = Fitness
(maximal $10 \cdot 32 = 320$)

Wandverfolgung

Meisten der 5000 Programme in Generation 0 sind nutzlos:

`(and sw ne)`

Wertet nur aus und terminiert dann

Fitness von 0

`(or east west)`

Liefert manchmal `west` und geht somit einen Schritt nach Westen

Landet manchmal neben einer Wand

Fitness von 5

bestes Programm hat Fitness von 92:

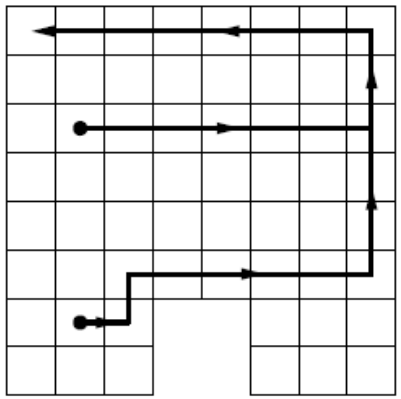
Schwer zu lesen, hat redundante Operatoren

Weg mit zwei Startpunkten auf nächster Folie beschrieben (Osten bis zu Wand, dann Norden bis nach Osten oder Westen möglich und dann in Ecke oben links gefangen)

Bestes Individuum der Generation 0

```
(and (not (not (if  (if  (not s1)
                         (if  s4 north east)
                         (if  west 0 south))
                    (or  (if  s1 s3 s8) (not s7))
                    (not (not north)))))
     (if  (or  (not (and (if  s7 north s3)
                         (and south 1)))
               (or  (or  (not s6) (or s4 s4))
                    (and (if  west s3 s5)
                         (if  1 s4 s4))))
          (or  (not (and (not s3)
                         (if  east s6 s2)))
               (or  (not (if  s1 east s6))
                    (and (if  s8 s7 1)
                         (or  s7 s1))))
          (or  (not (if  (or  s2 s8)
                         (or  0 s5)
                         (or  1 east)))
               (or  (and (or  1 s3)
                         (and s1 east))
                    (if  (not west)
                         (and west east)
                         (if  1 north s8))))))
```

Bestes Individuum in Generation 0:

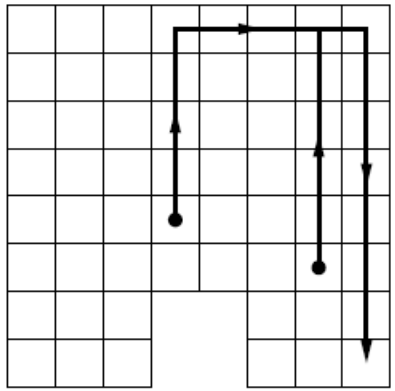


(Bewegung von zwei Startpunkten aus)

Beste Individuen der Generationen 2 und 6

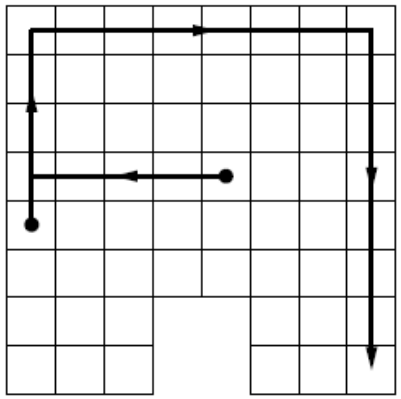
Bestes Individuum in Generation 2:

```
(not (and (if  s3
               (if  s5 south east)
               north)
          (and not s4)))
```



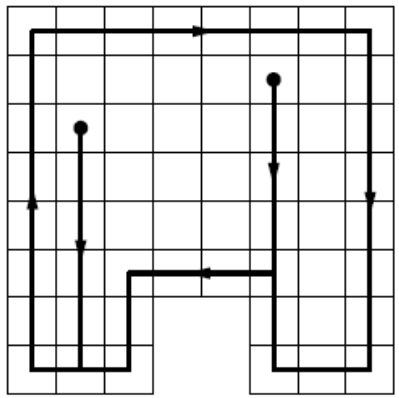
Bestes Individuum in Generation 6:

```
(if  (and (not s4)
          (if  s4 s6 s3))
     (or  (if  1  s4 south)
          (if  north east s3))
     (if  (or  (and 0 north)
               (and s4 (if  s4
                            (if  s5 south east)
                            north)))
          (and s4 (not (if  s6 s7 s4)))
          (or  (or  (and s1 east) west) s1)))
```

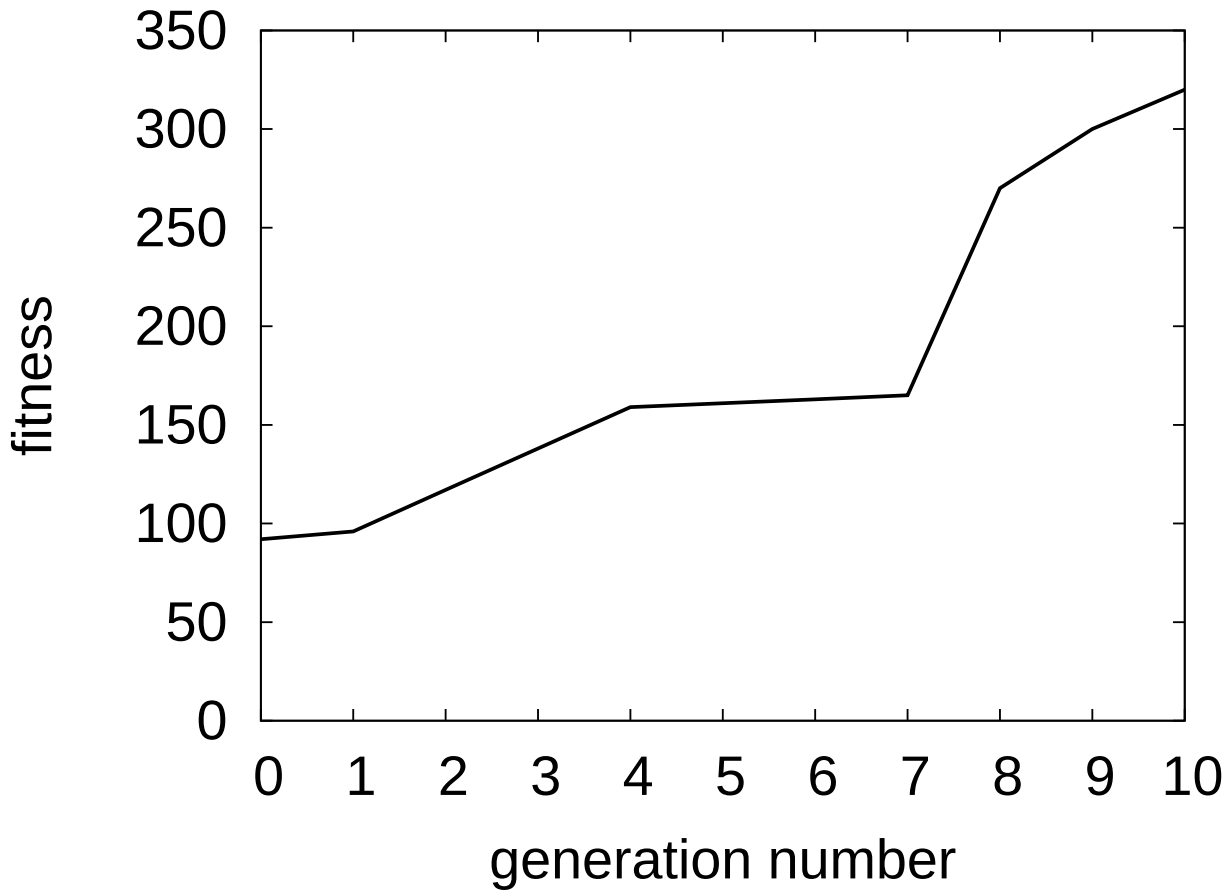


Bestes Individuum der Generation 10

```
(if  (if  (if  s5 0 s3)
          (or  s5 east)
          (if  (or  (and s4 0)
                    s7)
               (or  s7 0)
               (and (not (not (and s6 s5)))
                    s5)))
     (if  s8
          (or north
              (not (not s6)))
          west)
     (not (not (not (and (if  (not south)
                              s5
                              s8)
                         (not s2))))))
```



Entwicklung der Fitness



Entwicklung der Fitness im Laufe des Lernvorgangs
(bestes Individuum der jeweiligen Generation)

Übersicht

1. Biologische Grundlagen

2. Grundlagen evolutionärer Algorithmen

3. Genetische Programmierung

4. Reale Anwendungsbeispiel
   Antennenplatzierung

Antennenplatzierung
[Weicker et al., 2003]

Basisantennen für Mobilfunknetze

Erstes Ziel: hohe Netzverfügbarkeit

Zweites Ziel: geringe Kosten

Übliche Vorgehensweise:

- Basisantennen platzieren und Größe/Reichweite konfigurieren ⇒Bedarf abdecken
- Frequenzen zuweisen ⇒Interferenzen minimal halten

Ausgangssituation

Beide Probleme sind $\mathcal{NP}$-hart

Platzierung kann Frequenzzuweisung stark einschränken

In einer Iteration können Ergebnisse der Frequenzzuweisung nur bedingt in Platzierung wieder einfließen

Grundsatzentscheidung:

Beide Probleme werden gleichzeitig bearbeitet

Formalisierung

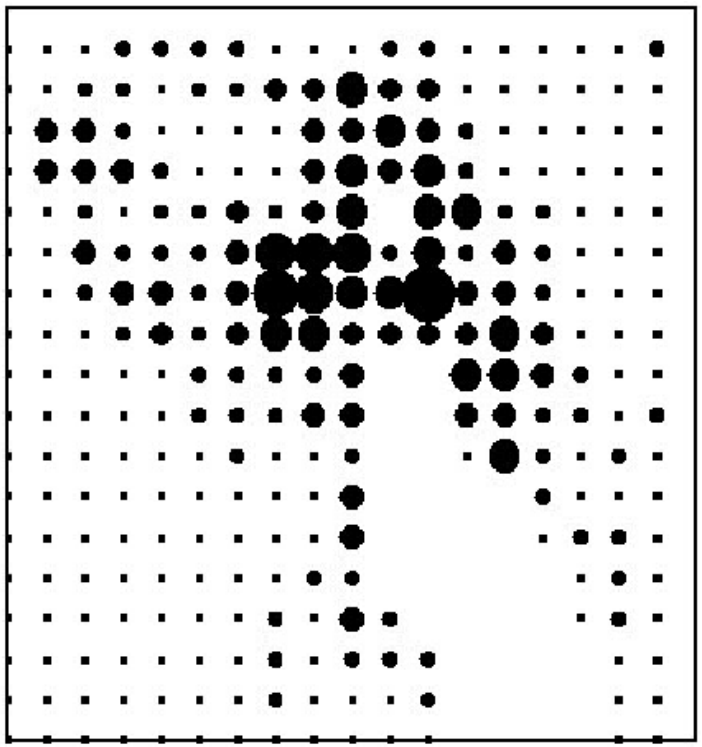
Rechteckiges Gebiet $(x_{\min}, y_{\min})$ und $(x_{\max}, y_{\max})$ mit Rasterung *res*

Menge aller (mögliche) Positionen:

$$Pos = \left\{ (x_{\min} + i \cdot res, y_{\min} + j \cdot res) \mid 0 \leq i \leq \frac{x_{\max} - x_{\min}}{res} \right.$$
$$\left. \text{und } 0 \leq j \leq \frac{y_{\max} - y_{\min}}{res} \right\}$$

Gesprächsbedarf Zürich

Statistisch ermitteltes Gesprächsaufkommen $bedarf(zelle) \in I\!N$ für einige $zelle \in Pos$



Formalisierung: Antenne

Antenne $t = (pow, cap, pos, frq)$

Sende-/Empfangsstärke $pow \in [MinPow, MaxPow] \subset I\!N$

Gesprächskapazität $cap \subset [0, MaxCap] \subset I\!N]$

Frequenzen/Kanäle $frq \subset Frequ = \{f_1, \ldots, f_k\}$ mit $|frq| \leq cap$

Alle möglichen Antennenkonfigurationen:

$$T = [MinPow, MaxPow] \times [0, MaxCap] \times Pos \times Frequ$$

Genotyp

Problemnaher Genotyp

$$\Omega = \mathcal{G} = \{\{t_1, \ldots, t_k\} \mid k \in I\!N \text{ und } \forall i \in \{1, \ldots, k\} : t_i \in T\}$$

Variable Länge

Randbedingungen

Netzverfügbarkeit hat oberste Priorität $\Rightarrow$
als harte Randbedinung formuliert

Erreichbare Positionen gemäß Wellenverbreitungsmodell:
$wp : Pos \times [MinPow, MaxPow] \rightarrow \mathcal{P}(Pos)$

$A.G = (t_1, \ldots, t_k)$ heißt legal, wenn für jedes t_i eine Zuordnung $bedient(t_i, zelle) \in I\!N$ (mit $zelle \in Pos$) existiert, sodass

- $bedient(t_i, zelle) > 0 \Rightarrow zelle \in wp(t_i)$
- $\sum_{i=1}^{k} bedient(t_i, zelle) \geq bedarf(zelle)$
- $\sum_{zelle \in Pos} bedient(t_i, pos) \leq cap$ mit
  $t_i = (pow, cap, pos, frq)$

Bewertungsfunktionen

Störungen durch Antennen mit gleichen oder eng beieinander liegenden Frequenzen in einer Zelle

$$f_{interferenz}(A) = \frac{\sum_{i=1}^{k} \#\text{gestörteGespräche}(t_i)}{\sum_{zelle \in Pos} bedarf(zelle)}$$

Kosten $kosten(pow_i, cap_i)$ pro Antenne

$$f_{kosten}(A) = \sum_{i=1}^{k} kosten(t_i)$$

„Entwurfsmuster“

Nur legale Individuen, daher Reparaturfunktion notwendig

Jede Antennenkonfiguration muss noch erreichbar sein

Verlängernde und verkürzende Operatoren halten sich die Waage

Feinabstimmung und Erforschung sind ausgeglichen
$\Rightarrow$problemspezifische und zufällige Operatoren

Reparaturfunktion

Zellen in einer zufälligen Reihenfolge besuchen

Falls deren Bedarf nicht gedeckt ist:

- Bei Existenz mindestens einer Antennen mit freier Kapazität: Die stärkste Antenne wählen und Frequenzen zuweisen
- Ggf. diejenige Antenne ermitteln, die kostenminimal durch Erhöhung der Stärke den Bedarf decken kann
- Ggf. prüfen, welche Kosten durch eine neue Antenne unmittelbar bei der Zelle entstehen
- Ggf. Lösung (2) oder (3) umsetzen

Reparaturfunktion

Einsatz

Auf jedes neu erzeugte Individuum

Zur Initialisierung der Anfangspopulation

- Reparaturfunktion auf leeres Individuum
- Max. $2^{|Pos|}$ Individuen durch mögliche zufällige Reihenfolge der Bedarfszellen

Mutationsoperatoren

6 „gerichtete“ Mutationen, die spezieller Idee folgen

5 „zufällige“ Mutationen

Gerichtete Mutationsoperatoren

Name	Wirkung
DM1	falls Antenne unbenutzte Frequenzen hat ⇒Kapazität entsprechend reduzieren
DM2	falls Antenne maximale Kapazität nutzt ⇒weitere Antenne mit Standardeinstellungen in der Nähe platzieren
DM3	falls Antennen große uberlappende Regionen haben ⇒eine Antenne entfernen
DM4	falls Antennen große uberlappende Regionen haben ⇒Stärke einer Antenne reduzieren, so dass dennoch alle Anrufe bedient
DM5	falls Interferenzen vorkommen ⇒involvierende Frequenzen verändern
DM6	falls Antenne nur kleine Anzahl von Anrufen hat ⇒Antenne entfernen

Zufällige Mutationsoperatoren

Name	Wirkung
RM1	Position einer Antenne ändern (Stärke und Kapazität unverändert, Frequenzen neu durch Reparaturfunktion)
RM2	komplett zufälliges Individuum (wie in Initialisierung)
RM3	Stärke einer Antenne zufällig ändern $\Rightarrow$Ausgleich zu *DM4*
RM4	Kapazität einer Antenne zufällig verändern $\Rightarrow$Ausgleich zu *DM1*
RM5	zugeordnete Frequenzen einer Antenne ändern $\Rightarrow$Ausgleich zu *DM5*

Rekombination

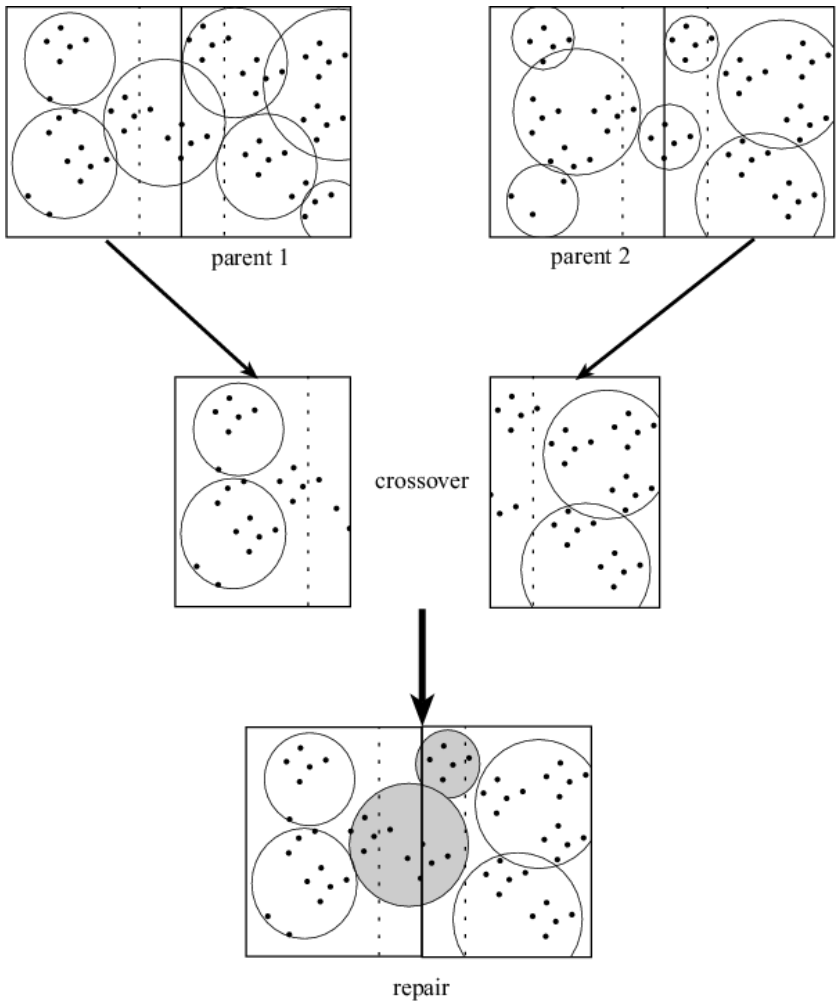
Gesamtheit in zwei Hälften teilen (vertikal oder horizontal)

Pro Hälfte Antennen eines Individuums übernehmen

Korridor um Grenze durch Reparaturalgorithmus füllen

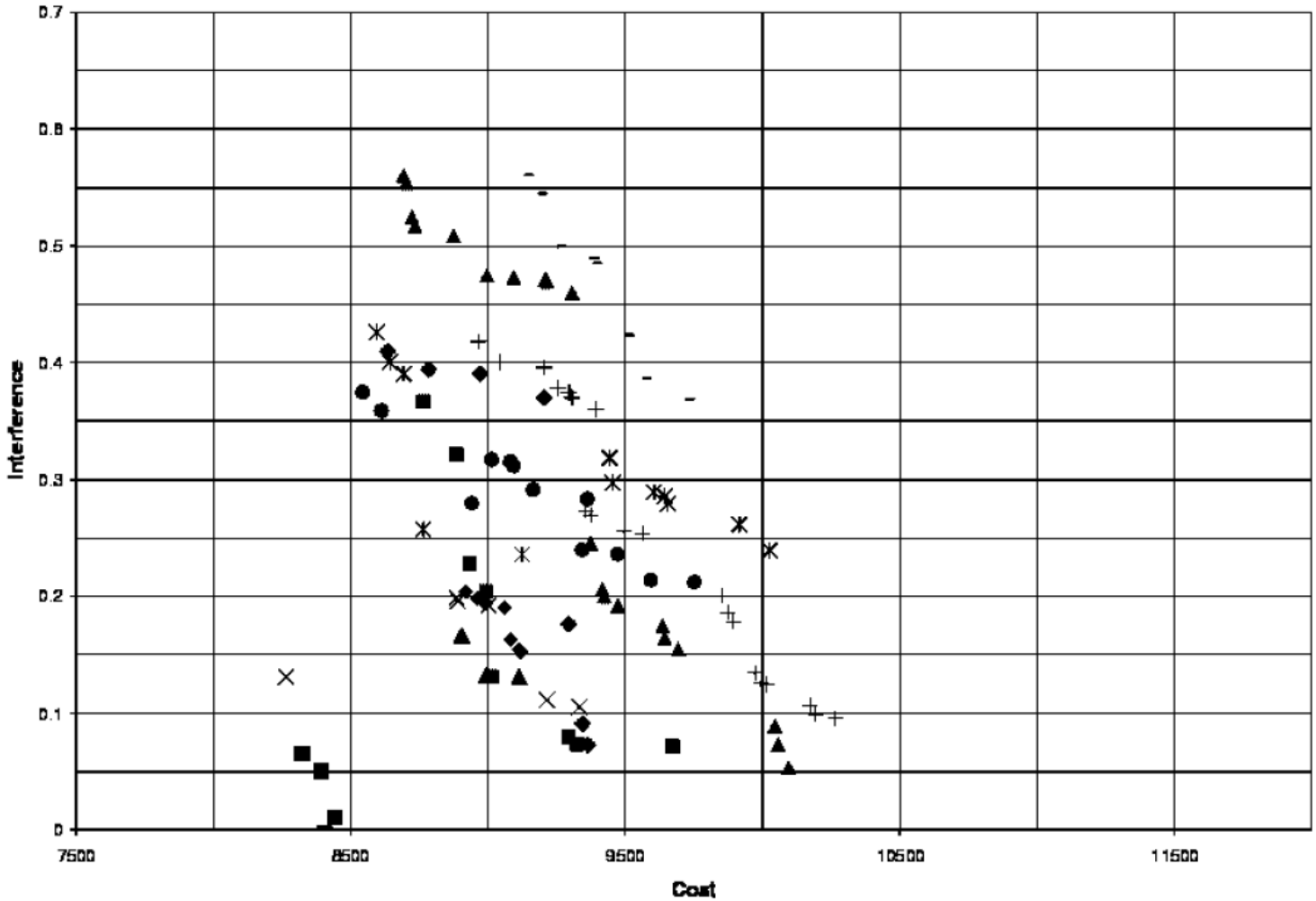
Rekombination

Ein Beispiel



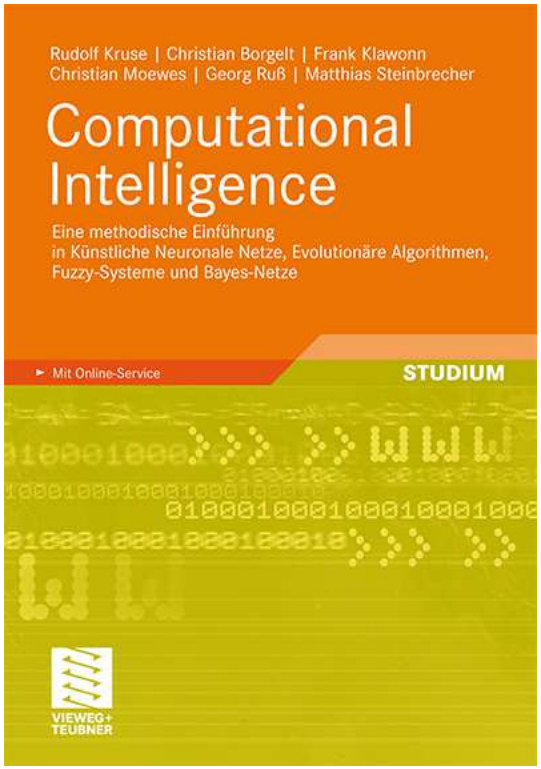
Pareto-Front

Eigene Selektion, $p_{RM} = p_{DM} = 0.3$ und $p_{Rek} = 0.4$



Wer mehr wissen will, liest...

[Kruse et al., 2011]
oder besucht unsere **EA-Vorlesung** im Sommer



Literatur zur Lehrveranstaltung I

Kruse, R., Borgelt, C., Klawonn, F., Moewes, C., Ruß, G., and Steinbrecher, M. (2011).

Computational Intelligence: Eine methodische Einführung in Künstliche Neuronale Netze, Evolutionäre Algorithmen, Fuzzy-Systeme und Bayes-Netze.

Vieweg+Teubner-Verlag, Wiesbaden.

Weicker, N., Szabo, G., Weicker, K., and Widmayer, P. (2003).

Evolutionary multiobjective optimization for base station transmitter placement with frequency assignment.

In *IEEE Trans. on Evolutionary Computing*, volume 7, pages 189–203.