Intelligente Systeme

Einführung

Prof. Dr. Rudolf Kruse   Georg Ruß
Christian Moewes

{kruse,russ,cmoewes}@iws.cs.uni-magdeburg.de

Arbeitsgruppe Computational Intelligence
Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Schwarmbasierte Optimierungsverfahren

Folien in Anlehnung an

Christian Borgelt
http://www.borgelt.net/slides/acopt.pdf

und

Süddeutsche Zeitung Wissen Oktober 2008
http://www.sueddeutsche.de/wissen/566/310495/bilder/

Gliederung der Vorlesung

1. **Einführung**
2. **Genetische/Evolutionäre Algorithmen**
3. **Teilchenschwarmoptimierung**
4. **Ameisenkolonieoptimierung**

Probleme klassischer Optimierungsverfahren

- Alle bisher erwähnten Verfahren suchen im wesentlichen **lokal**:
  - Es wird stets nur ein aktueller Lösungskandidat betrachtet.
  - Der aktuelle Lösungskandidat wird nur geringfügig verändert.
- **Nachteil:** Es wird u.U. nur ein kleiner Teil des Suchraums betrachtet.

- **Abhilfe:** mehrere Läufe mit verschiedenen Startpunkten
- **Nachteil:** keine Informationsübertragung zwischen Läufen

- Beachte: Große Veränderungen des Lösungskandidaten (bis hin zu völliger Neuberechnung) sind nicht sinnvoll, da dann zu wenig/keine Information von einem Kandidaten zum nächsten weitergegeben wird.

$\Rightarrow$ wichtig sind
  - großräumige Abdeckung des Suchraums (Exploration)
  - Zusammenhang der erzeugten Lösungskandidaten
  - Informationsaustausch zwischen parallelen Prozessen

Schwarm-Intelligenz

- Bereich der KI, der intelligente Multi-Agentensysteme entwickelt
- Inspiration durch das Verhalten bestimmter Tierarten, speziell
  - sozialer Insekten (z.B. Ameisen, Termiten, Bienen, etc.) und
  - in Schwärmen lebender Tiere (z.B. Fische, Vögel, etc.)

Tiere dieser Arten können recht komplexe Aufgaben lösen (Finden von Nahrungsquellen, Wegesuche, Nestbau, etc.), indem sie zusammenarbeiten.

Wesentliche Ideen

- i.A. ziemlich einfache Einzelindividuen mit begrenzte Fähigkeiten
- Koordination ohne zentrale Steuerung, nur durch Selbstorganisation
- Austausch von Informationen zwischen Individuen (Kooperation)

Klassifizierung der Verfahren nach Art des Informationsaustausches

Schwarm- und populationsbasierte Optimierung

Verfahren

- Genetische/Evolutionäre Algorithmen
  - biologisches Vorbild: Evolution der Lebewesen
  - Informationsaustausch durch Rekombination der Genotypen
  - jedes Individuum ist ein Lösungskandidat
- Teilchenschwarmoptimierung
  - biologisches Vorbild: Futtersuche von Fisch- und Vogelschwärmen
  - Informationsaustausch über einfache Aggregation der Einzellösungen
  - jedes Individuum ist ein Lösungskandidat
- Ameisenkoloniealgorithmen
  - biologisches Vorbild: Wegesuche zu Futterquellen durch Ameisen
  - Informationsaustausch über Veränderung der Umgebung (Stigmergie, erweiterter Phänotyp nach Dawkins)
  - Individuen konstruieren Lösungskandidaten

Gliederung der Vorlesung

1. Einführung
2. Genetische/Evolutionäre Algorithmen
3. Teilchenschwarmoptimierung
4. Ameisenkolonieoptimierung

Grundsätzliches Prinzip der biologischen Evolutionstheorie:

Durch zufällige Variation entstehen vorteilhafte Eigenschaften werden durch natürliche Auslese ausgewählt.

(Individuen mit vorteilhaften Eigenschaften haben bessere Fortpflanzungs- und Vermehrungschance – „differentielle Reproduktion")

Ein genetischer Algorithmus besteht aus

- einer **Kodierungsvorschrift** für die Lösungskandidaten,
- einer Methode zur Erzeugung einer **Anfangspopulation**,
- einer **Bewertungs-/Fitnessfunktion** für die Individuen
- einer **Auswahlmethode** auf der Grundlage der Fitnessfunktion,
- **genetischer Operatoren**, die die Lösungskandidaten verändern,
- Werten für verschiedene **Parameter** und einem **Abbruchkriterium**.

Grundstruktur eines genetischen Algoritmus

```
procedure evolution_program;
begin
  t := 0;                                  // initialisiere Generationszähler
  initialize pop(t);                       // erzeuge Anfangspopulation
  evaluate pop(t);                         // und bewerte sie (durch Fitness)
  while not stop criterion do              // solange Abbruchkriterium nicht erfüllt
    t := t+1;                              // zähle erzeugte Generation
    select pop(t) from pop(t-1);           // wähle Individuen nach Fitness
    alter pop(t);                          // wende genetische Operatoren an
    evaluate pop(t);                       // bewerte neue Population
  end                                      // (berechne neue Fitness)
end
```

- durch Auswahl wird Art „Zwischenpopulation" von Individuen mit (im Durchschnitt) hoher Fitness erzeugt
- nur Individuen der Zwischenpopulation können Nachkommen erzeugen

Gliederung der Vorlesung

1. Einführung

2. Genetische/Evolutionäre Algorithmen

3. Teilchenschwarmoptimierung
   - Biologische Vorbilder
   - Implementierung

4. Ameisenkolonieoptimierung

© Eric T. Schulz http://www.eeb.uconn.edu/courses/eeb296/

© Ariel Bravy http://www.skphoton.com/albums/

- Fische und Vögel suchen in Schwärmen nach ergiebigen Futterplätzen
- Neben individueller Suche (kognitiver Anteil) orientieren sie sich außerdem an den anderen Mitgliedern des Schwarmes in ihrer Nähe (sozialer Anteil).
- Das Leben im Schwarm hat außerdem die Funktion die Individuen gegen Fressfeinde zu schützen.

Biologische Vorbilder

Gnus

©http://www.birdsasart.com/

©http://takeatoothbrush.com/tanzaniaphotos/

- 100000 Gnus schließen sich während der Wandersaison zusammen, da in der Herde ihr Risiko sinkt gefressen zu werden.
- Angesichts großer Gruppen können sich Raubtiere nicht leicht für ein einzelnes Opfer entscheiden und verausgaben sich durch eine ineffiziente Jagd.
- Gnus an der Spitze leben daher besonders gefährlich – dafür erreichen sie die Wasserlöcher als Erste.

Biologische Vorbilder
Gänse

©http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:CanadianGeeseFlyingInVFormation.jpg

- $34,2^\circ$ beträgt der optimale Winkel in einer V-Formation fliegender Gänse.
- Jede Gans nutzt dabei den Aufwind, den das voranfliegende Tier durch seinen Flügelschlag erzeugt.
- Das spart viel Energie.
- Formationsgänse können 70 % weiter fliegen als ein einzelnes Tier.

©http://s3.amazonaws.com/xlsuite_production/assets/51840/fish-swarm.jpg

- 2-3 Artgenossen geben dem einzelnen Fisch im Schwarm Orientierung.
- Geschwindigkeit und Richtung seiner Bewegung passt er so an, dass der Winkel zwischen seiner Schwimmrichtung und der seiner nächsten Artgenossen 45 bis 135 Grad beträgt. Andere Fische ignoriert er.
- So ist gesichert, dass der Schwarm ständig vorwärtsschwimmt und Abweichler nicht die Gesamtrichtung beieinflussen.

Biologische Vorbilder

Kaiserpinguine

- 10% weniger Energie müssen Kaiserpinguine für lebenswichtige Körperfunktionen aufwenden, wenn sie sich in einer Kolonie an Artgenossen wärmen können.
- Ihre Körpertemperatur liegt um $0,5^\circ C$ niedriger als die einzeln stehenden Pinguine.

Biologische Vorbilder

Wüstenheuschrecken

©http://dusteye.files.wordpress.com/

- 73,8 Wüstenheuschrecken / m^2 beträgt die Dichte dieser Individuen in Schwärmen, der in Richtung marschiert.
- Dabei sind Wüstenheuschrecken eigentlich Einzelgänger.
- Sie rotten sich nur zusammen, wenn sie ausgehungert sind.
- Dann versucht jeder, das Hinterteil des Vordermanns zu packen, um es zu fressen.

Biologische Vorbilder

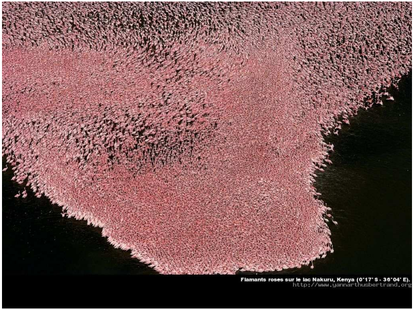
Seemöwen

- 30 cm Abstand zu ihren Artgenossen muss eine Möwe beim Landen einhalten, damit diese sie nicht angreifen.
- Die meisten Möwen wissen das offenbar.
- In einer Studie misachteten nur 7% der beobachteten Vögel diese Distanzregel.

Schafe

©http://www.delaval-us.com/

- 55° beträgt der Winkel zwischen grasenden Schafen im Durchschnitt.
- Dadurch haben die Tiere oft direkten Körperkontakt.
- Die Herde bleibt eng zusammen und lässt sich so leichter führen.
- Dieses Bedürfnis kann man bei Schafen gezielt herbeizüchten.



©http://www.yannarthusbertrand.com/

- 20 Flamingos braucht ein Schwarm mindestens, damit in der Gruppe Paarungsstimmung aufkommt.
- Sind es weniger Vögel, sinkt die Geburtenrate drastisch.
- In amerikanischen Zoos bringt nur ein Viertel aller Schwärme Nachkommen hervor.
- Wildpopulationen bestehen aus mehreren Tausend Tieren.

- 4,4 min Vorsprung am Wasserloch hat die vorderste Gruppe einer Zebraherde im Durchschnitt zum Rest.
- Die Leittiere trinken, bei den anderen verringert sich die Wahrscheinlichkeit logarithmisch.
- Für das 10. Zebra beträgt sie nur noch 13%.
- Die erfahrenen Leittiere sind für die Herde besonders wichtig.

- 30000 Beutetiere pro Stunde kann ein Zug aus 200000 Wanderameisen erlegen.
- Damit es keinen Stau gibt und die Fressrate möglichst hoch bleibt, dürfen sich die Insekten nicht zu sehr voneinander ablenken lassen.
- Deshalb bekommt jede Ameise nur mit, was sich im Winkel von 90° vor ihren Antennen abspielt.

Teilchenschwarmoptimierung

Particle Swarm Optimization [Kennedy and Eberhart, 1995]

- **Motivation:** Verhalten von z.B. Fischschwärmen bei der Futtersuche: Zufälliges Ausschwärmen, aber stets auch Rückkehr zum Schwarm. Informationsaustausch zwischen Mitgliedern des Schwarms.
- **Ansatz:** Statt nur einem einzelnen aktuellen Lösungskandidaten wird ein „Schwarm“ von m Lösungskandidaten verwendet.
- **Voraussetzung:** Suchraum $S \subseteq \mathbb{R}^n$, und somit zu optimierende (o.B.d.A.: zu maximierende) Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.
- **Vorgehen:** Jeder Lösungskandidat wird als „Teilchen“ aufgefasst, das Ort $\mathbf{x}_i$ im Suchraum und Geschwindigkeit $\mathbf{v}_i$ hat ($i = 1, \ldots, m$).
- Es kann als ein Verfahren gesehen werden, das Elemente der bahnorientierten Suche (z.B. Gradientenverfahren) und populationsbasierter Suche (z.B. genetische Algorithmen) zusammenbringt.

- **Aktualisierung** für Ort und Geschwindigkeit des i-ten Teilchens:

$$\mathbf{v}_i(t+1) = \alpha \cdot \mathbf{v}_i(t) + \beta_1 \left(\mathbf{x}_i^{(\text{lokal})}(t) - \mathbf{x}_i(t) \right) + \beta_2 \left(\mathbf{x}^{(\text{global})}(t) - \mathbf{x}_i(t) \right)$$

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t)$$

- Parameter: β_1, β_2 zufällig in jedem Schritt, α mit der Zeit abnehmend
- $\mathbf{x}_i^{(\text{lokal})}$ ist **lokales Gedächtnis** des Individuums (Teilchens). Es ist der beste Ort im Suchraum, den das Teilchen bisher besucht hat, d.h.

$$\mathbf{x}_i^{(\text{lokal})} = \mathbf{x}_i \left(\arg\max_{u=1}^{t} f(\mathbf{x}_i(u)) \right).$$

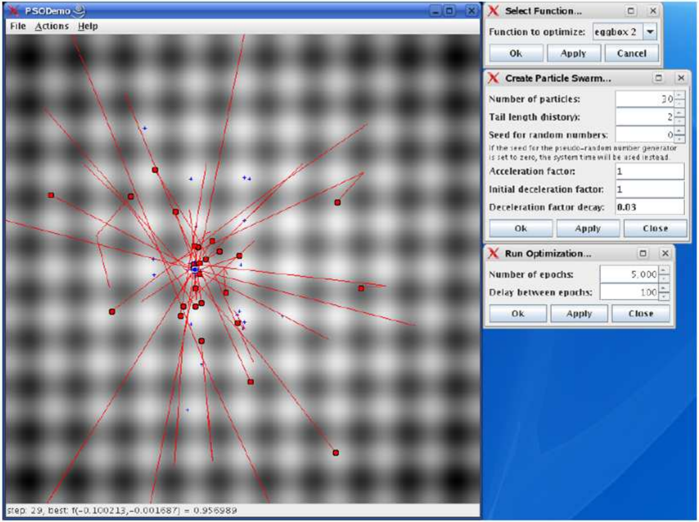
- $\mathbf{x}^{(\text{global})}$ ist **globales Gedächtnis** des Schwarms.
  Es ist der beste Ort im Suchraum, den ein Individuum des Schwarms bisher besucht hat (beste bisher gefundene Lösung), d.h.

$$\mathbf{x}^{(\text{global})}(t) = \mathbf{x}_j^{(\text{lokal})}(t) \quad \text{mit} \quad j = \arg\max_{i=1}^{m} f\left(\mathbf{x}_i^{(\text{lokal})} \right).$$

```
procedure pso;                              // particle swarm optimization
for each particle i do begin                // initialisiere Ort aller Teilchen
  choose random x_i;                        // zufällig im Suchraum
  v_i = 0;
end
repeat                                      // bewege Teilchen des Schwarms
  for each particle i do begin              // durchlaufe Teilchen
    y = f(x_i);                             // berechne Funktion am Teilchenort
    if y ≥ f(x_i^(lokal)) then x_i^(lokal) = x_i;
    if y ≥ f(x^(global)) then x^(global) = x_i;
  end                                       // aktualisiere Gedächtnis
  for each particle i do begin              // durchlafe Teilchen erneut
    v_i(t+1) = α · v_i(t) + β_1 (x_i^(lokal)(t) − x_i(t)) + β_2 (x^(global)(t) − x_i(t));
    x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t);
  end                                       // aktualisiere Ort und Geschwindigkeit
until stop criterion is met;
```

- **Beschränkter Suchraum:** Ist der Suchraum eine echte Teilmenge des $\mathbb{R}^n$ (z.B. ein Hyperwürfel $[a, b]^n$), so werden die Teilchen an den Grenzen des Suchraums reflektiert.
- **Lokale Umgebung eines Teilchens:** Statt des globalen Gedächtnisses des Schwarms wird das beste lokale Gedächtnis nur eines Teils des Schwarms verwendet, z.B. die Teilchen, die sich in der näheren Umgebung des zu aktualisierenden Teilchens befinden.
- **Automatische Parameteranpassung:** z.B. Anpassung der Schwarmgröße (Teilchen, deren lokales Gedächtnis) deutlich schlechter ist als das der Teilchen in ihrer Nähe, werden entfernt.)
- **Diversitätskontrolle:** Vorzeitige Kovergenz auf suboptimalen Lösungen soll verhindert werden. Dazu kann z.B. bei der Aktualisierung der Geschwindigkeit eine zusätzliche Zufallskomponente eingeführt werden, welche die Diversität erhöht.

Teilchenschwarmoptimierung



Gliederung der Vorlesung

1. Einführung

2. Genetische/Evolutionäre Algorithmen

3. Teilchenschwarmoptimierung

4. **Ameisenkolonieoptimierung**

Ameisenkolonieoptimierung

© PeTA http://www.helpingwildlife.com/ants.asp

© NickLyonMedia http://nicklyon.orchardhostings4.co.uk

- Da gefundenes Futter zur Versorgung der Nachkommen zum Nest transportiert werden muss, bilden Ameisen Transportstraßen.
- Dazu markieren sie die Wege zu Futterplätzen mit Duftstoffen (Pheromonen), sodass andere Ameisen der Kolonie diese Futterplätze auch finden können.
- Die Weglängen zu den Futterplätzen werden annähernd minimiert.

Motivation: Ameisen einiger Arten finden kürzeste Wege zu Futterquellen durch Legen und Verfolgen von Pheromonmarkierungen („Duftmarken").

- Intuitiv: Kürzere Wege erhalten in gleicher Zeit mehr Pheromon.
- Wege werden zufällig nach der vorhandenen Pheromonmenge gewählt. (Es ist um so wahrscheinlicher, dass ein Weg gewählt wird, je mehr Pheromon sich auf dem Weg befindet.)
- Die Menge des ausgebrachten Pheromons kann von der Qualität und der Menge des gefundenen Futters abhängen.

Grundprinzip: Stigmergie (engl. stigmergy)

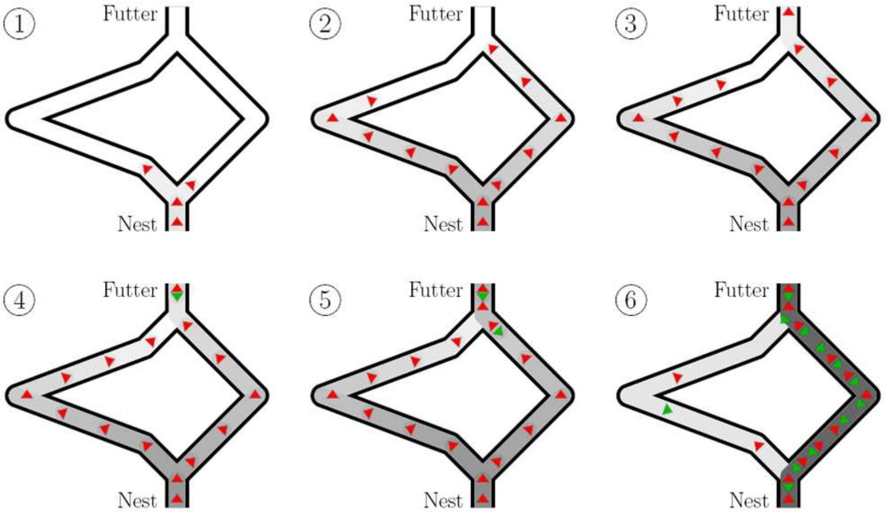
- Zur Wegesuche kommunizieren Ameisen indirekt über Pheromonablagerungen.
- Stigmergie (indirekte Kommunikation durch Veränderung der Umgebung) ermöglicht global angepasstes Verhalten aufgrund lokaler Informationen.

- Ameisennest und Futterquelle werden durch eine Doppelbrücke verbunden. Die beiden Zweige der Brücke sind verschieden lang.
- Experiment mit der argentinischen Ameise *Iridomyrmex Humilis*. Diese Ameisenart ist (wie fast alle anderen auch) fast blind. (Die Ameisen können also nicht sehen, welches der kürzere Weg ist.)
- In den meisten Versuchen benutzten schon nach wenigen Minuten fast alle Ameisen den kürzeren Weg.

Erklärung

- Auf dem kürzeren Weg erreichen die Ameisen das Futter schneller. Das Ende des kürzeren Weges erhält daher (am Anfang) mehr Pheromon.
- Auf dem Rückweg wird wegen der entstandenen Pheromondifferenz mit höherer Wahrscheinlichkeit der kürzere Weg gewählt. Dies führt zu einer Verstärkung der Pheromondifferenz.

Doppelbrückenexperiment



Doppelbrückenexperiment

Prinzip

- Der kürzere Weg wird systematisch verstärkt (Autokatalyse): mehr Pheromon auf Weg $\longleftrightarrow$ mehr Ameisen wählen Weg
- Beachte: Der kürzere Weg wird nur gefunden, weil die Ameisen sowohl auf dem Hin- als auch auf dem Rückweg Pheromon ablegen.
- Wird z.B. nur auf dem Hinweg Pheromon abgelegt:
  - Auf dem Hinweg zur Futterquelle kann keiner der beiden Wege bevorzugt werden, da keine Pheromondifferenz vorliegt oder systematisch entsteht.
  - Am Vereinigungspunkt der Brücken verringert sich das Verhältnis der Pheromonmengen im Laufe der Zeit und verschwindet schließlich nahezu.
  - Durch zufällige Fluktuationen in der Wegewahl konvergiert die Wegesuche ggf. dennoch zufällig(!) auf einen der beiden Brückenzweige.
- Analoge Argumente (symmetrische Situation) können angewandt werden, wenn Pheromon nur auf dem Rückweg abgelegt wird.

Doppelbrückenexperiment

Beachte:

- Der kürzere Weg wird gefunden, weil schon zu Beginn beide Zweige der Brücke zur Verfügung stehen und auf beiden kein Pheromon liegt.
- Das Ende des kürzeren Weges wird früher von mehr Ameisen erreicht. Dies führt zu unterschiedlichen Mengen an Pheromon auf den beiden Wegen, was zu einen sich selbst verstärkenden Prozess führt.

Fragen:

- Was passiert, wenn durch Veränderung der Umgebung ein neuer Weg möglich wird, der kürzer ist als der bisherige?
- Wird auf diesen kürzeren Weg gewechselt?

Antwort: Nein! [Goss et al., 1989]

- Ist erst einmal ein Weg etabliert, so wird dieser beibehalten.
- Nachweis durch 2. Brückenexperiment, in dem anfangs nur längerer Brückenzweig da ist und der kürzere später hinzugefügt wird.
- Die Mehrheit der Ameisen benutzen weiter den längeren Weg. Nur in seltenen Fällen wird auf den kürzeren Weg gewechselt.

Natürliche und künstliche Ameisen

Abstrahiere Situation zu Suche nach bestem Weg in gewichtetem Graphen.

- **Problem:** Kreise, die sich selbst verstärken. Durchläuft die Ameise einen Kreis, erzeugt sie durch das abgelegte Pheromon eine Tendenz, den Kreis erneut zu durchlaufen.
- **Abhilfe:** Ablegen von Pheromon erst nach Konstruktion des ganzen Weges. Entfernen von Kreisen, bevor Pheromon abgelegt wird.

- **Problem:** Ggf. konzentriert sich die Suche auf am Anfang konstruierte Lösungskandidaten (vorzeitige Konvergenz).
- **Abhilfe:** Pheromonverdunstung (spielt in der Natur nur geringe Rolle)

Nützliche Erweiterungen/Verbesserungen

- Abgelegte Pheromonmenge hängt von der Lösungsgüte ab
- Einbringen von Heuristiken in die Kantenwahl (z.B. Kantengewicht)

Ameisenkolonieoptimierung

- **Voraussetzungen**
  - Es handelt sich um ein kombinatorisches Optimierungsproblem.
  - Es gibt eine konstruktive Methode, um Lösungskandidaten zu erzeugen.
- **Vorgehen:** Lösungen werden mit Hilfe einer Folge von Zufallsentscheidungen konstruiert, wobei jede Entscheidung eine Teillösung erweitert.
- Die Entscheidungsfolge kann als Pfad in einem Entscheidungsgraphen (auch: Konstruktionsgraphen) gesehen werden.
- Die Ameisen sollen Pfade durch den Entscheidungsgraphen erkunden und den besten (kürzesten, billigsten) Weg finden.
- Ameisen markieren benutzte Kanten des Graphen mit Pheromon. Dadurch werden andere Ameisen zu guten Lösungen geleitet.
- Pheromon verdunstet in jeder Iteration, damit einmal ausgebrachtes Pheromon das System nicht zu lange beeinflußt („Vergessen“ veralteter Information).

- Darstellung des Problems durch eine $n \times n$ Matrix $\mathbf{D} = (d_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$
- n Städte mit Abständen d_{ij} zwischen Städte i und j
- Beachte: $\mathbf{D}$ kann asymmetrisch sein, aber $\forall i \in \{1, \ldots, n\} : d_{ii} = 0$

- Pheromoninformation als $n \times n$ Matrix $\Phi = (\phi_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$
- Pheromonwert $\phi_{ij} (i \neq j)$ gibt an, wie wünschenswert es ist, Stadt j direkt nach Stadt i zu besuchen. (ϕ_{ii} werden nicht benötigt.)
- Φ muss nicht notwendig symmetrisch sein/gehalten werden.
- Alle Elemente ϕ_{ij} werden mit dem gleichen kleinen Wert initialisiert. (Am Anfang lieft auf allen Kanten die gleiche Menge Pheromon.)
- Ameisen durchlaufen (mit Hilfe des Pheromons) Hamiltonkreise. Sie markieren Kanten des durchlaufenden Hamiltonkreises mit Pheromon, wobei ausgebrachte Pheromonmenge der Lösungsqualität entspricht.

Lösungskonstruktion

Jede Ameise hat ein „Gedächtnis“ C, welche Indices der noch nicht besuchten Städte enthält. Jede besuchte Stadt wird aus Menge C entfernt. (Dieses Gedächtnis gibt es im biologischen Vorbild nicht!)

1. Eine Ameise wird in einer zufällig bestimmte Stadt gesetzt.
   Diese Stadt ist der Anfang der Rundreise.
2. Die Ameise wählt noch nicht besuchte Stadt und begibt sich in diese.
   In Stadt i wählt Ameise (unbesuchte) Stadt j mit Wahrscheinlichkeit

$$p_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{\sum_{k \in C} \phi_{ik}}.$$

3. Wiederhole Schritt 2 bis alle Städte besucht wurden.

1. **Verdunstung/Evaporation**
   Alle Pheromonwerte werden um Bruchteil η (evaporation) verringert:
   $$\forall i, j \in \{1, \ldots, n\} : \phi_{ij} = (1 - \eta) \cdot \phi_{ij}$$
2. **Verstärkung konstruierter Lösungen**
   Die Kanten der konstruierten Lösungen werden mit einer zusätzlichen Menge an Pheromon belegt, die der Lösungsqualität entspricht:
   $$\forall \pi \in \Pi_t : \phi_{\pi(i)\pi((i \bmod n)+1)} = \phi_{\pi(i)\pi((i \bmod n)+1)} + Q(\pi)$$
   Π_t ist Menge der im Schritt t konstruierten Rundreisen (Permutationen). Als Qualitätsfunktion kann man z.B. inverse Reiselänge verwenden:
   $$Q(\pi) = c \cdot \left(\sum_{i=i}^{n} d_{\pi(i)\pi((i \bmod n)+1)} \right)^{-1}$$
   „Je besser die Lösung, desto mehr Pheromon erhalten deren Kanten.“

Problem des Handlungsreisenden:

Pseudocode

```
procedure aco_tsp;            // ant colony optimization for
                              // the traveling salesman problem
initialize pheromone;         // initialisiere alle Matrixelemente φ_ij
repeat                        // 1 ≤ i, j ≤ n, auf einen kleinen Wert ε
  for each ant do begin       // konstruiere Lösungskandidaten
    C = {1, ..., n};          // Menge der zu besuchenden Städte
    choose i ∈ C;             // wähle die Anfangsstadt und
    C = C \ {i};              // entferne sie aus den unbesuchten Städten
    while C ≠ ∅ do begin      // solange nicht alle Städte besucht wurden
      choose j ∈ C with probability p_ij;
      C = C \ {j};            // wähle die nächste Stadt der Reise
      i = j                   // entferne sie aus den unbesuchten Städten
    end                       // und gehe in die ausgewählte Stadt
  endfor
  update pheromone;           // aktualisiere Matrix Φ nach Lösungsgüte
until stop criterion is met;
```

Erweiterungen und Alternativen

- **Bevorzuge nahe Städte:** (analog zur Nächsten-Nachbar-Heuristik)
  Gehe von Stadt i zu Stadt j mit Wahrscheinlichkeit

$$p_{ij} = \frac{\phi_{ij}^{\alpha} \tau_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in C} \phi_{ik}^{\alpha} \tau_{ik}^{\beta}},$$

  wobei C Menge der Indices der unbesuchten Städte und $\tau_{ij} = d_{ij}^{-1}$
- **Tendiere zur Wahl der besten Kante:** (greedy)
  Mit Wahrscheinlichkeit p_{exploit} gehe von Stadt i zur Stadt j_{best} mit

$$j_{\text{best}} = \arg\max_{j \in C} \phi_{ij} \quad \text{bzw.} \quad j_{\text{best}} = \arg\max_{j \in C} \phi_{ij}^{\alpha} \tau_{ij}^{\beta}$$

  und benutze p_{ij} mit Wahrscheinlichkeit $1 - p_{\text{exploit}}$.
- **Verstärke beste bekannte Rundreise:** (elitist)
  Lege zusätzliches Pheromon auf der besten bisher bekannten Rundreise ab. Kann z.B. als Bruchteil Ameisen angegeben werden, die sie zusätzlich ablaufen.

Rangbasierte Aktualisierung

- Lege Pheromon nur auf Kanten der besten m Lösungen der letzten Iteration ab (und eventuell auf besten bisher gefundenen Lösung).
- Die Pheromonmenge hängt vom Rang der Lösung ab.

Strenge Eliteprinzipien

- Lege Pheromon nur auf der besten Lösung der letzten Iteration ab.
- Lege Pheromon nur auf der besten bisher gefundenen Lösung ab.

Minimale/maximale Pheromonmenge

- Begrenze die Pheromonmenge einer Kante nach unten/oben.

$\Rightarrow$ Mindest-/Maximalwahrscheinlichkeit für die Wahl einer Kante

$\Rightarrow$ bessere Durchforstung des Suchraums, ggf. schlechtere Konvergenz

Eingeschränkte Verdunstung/Evaporation

- Pheromon verdunstet nur von Kanten, die in Iteration benutzt wurden.

$\Rightarrow$ bessere Durchforstung des Suchraums

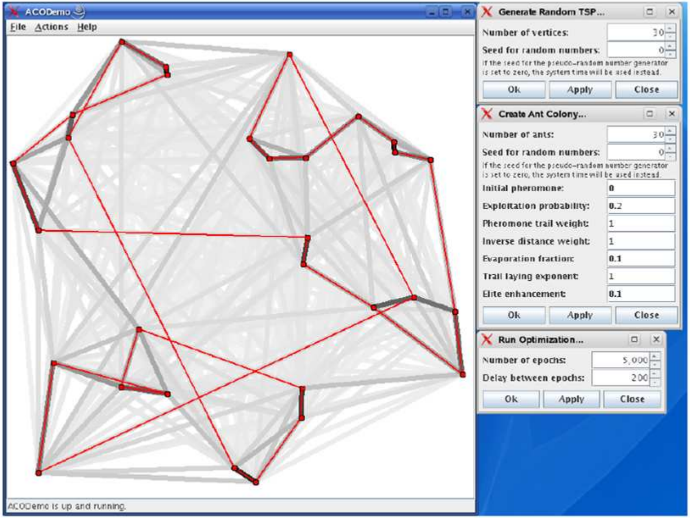
Lokale Verbesserungen der Rundreise

- Verknüpfung mit lokaler Lösungsverbesserung ist oft vorteilhaft: Vor Pheromonaktualisierung wird erzeugte Rundreise lokal optimiert, indem einfache Modifikationen auf Verbesserung überprüft werden.

- Lokale Optimierungen können z.B. folgende Operationen benutzen:
  - **Rekombination nach Entfernen von zwei Kanten** (2-opt) entspricht dem „Umdrehen“ einer Teil-Rundreisen
  - **Rekombination nach Entfernen von drei Kanten** (3-opt) entspricht dem „Umdrehen“ zweier Teil-Rundreisen
  - **Eingeschränkte Rekombination** (2.5-opt)
  - **Austausch benachbarter Städte**
  - **Permutation benachbarter Triplets**

- „Teure“ lokale Optimierungen sollten nur auf die beste gefundene Lösung oder die in einer Iteration beste Lösung angewandt werden.

Ameisenkolonieoptimierung



Allgemeine Anwendung auf Optimierungsprobleme

- **Grundsätzliches Prinzip**
  Formuliere das Problem als Suche in einem (Entscheidungs-)Graphen. Lösungskandidaten müssen durch Kantenmengen beschreibbar sein. (Beachte: Es muss sich nicht notwendigerweise um Pfade handeln!)

- **Allgemeine Beschreibung:** Es werden im folgenden jeweils angegeben:
  - Knoten und Kanten des Entscheidungs-/Konstruktionsgraphen
  - Einzuhaltende Nebenbedingungen
  - Bedeutung des Pheromons auf den Kanten (und evtl. Knoten)
  - Nutzbare heuristische Hilfsinformation
  - Konstruktion eines Lösungskandidaten

- Das algorithmische Vorgehen ist im Wesentlichen analog zum Vorgehen beim das Problem des Handlungsreisenden.

- *Knoten und Kanten des Entscheidungs-/Konstruktionsgraphen*: die zu besuchenden Städte und ihre Verbindungen, die Verbindungen sind gewichtet (Abstand, Zeit, Kosten)
- *Einzuhaltende Nebenbedingungen:* jede Stadt muss genau einmal besucht werden
- *Bedeutung des Pheromons auf den Kanten:* wie wünschenwert es ist, Stadt j nach Stadt i zu besuchen
- *Nutzbare heuristische Hilfsinformation:* Abstand der Städte, bevorzuge nahe Städte
- *Konstruktion eines Lösungskandidaten:* ausgehend von einer zufällig gewählten Stadt wird stets zu einer weiteren, noch nicht besuchten Stadt fortgeschritten

n Aufgaben müssen an m Arbeiter (Personen, Maschinen) zugeordnet werden. Minimierung der Summe der Zuordnungskosten d_{ij} unter Einhaltung maximaler Kapazitäten ρ_j bei gegebenen Kapazitätskosten r_{ij}, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$.

- Jede Aufgabe und jeder Arbeiter ist in Knoten des Konstruktionsgraphen. Die Kanten tragen die Zuordnungskosten d_{ij}.
- Jede Aufgaben muss genau einem Arbeiter zugeordnet werden. Die Kapazitäten der Arbeiter dürfen nicht überschritten werden.
- Die Pheromonwerte auf den Kanten beschreiben, wie wünschenswert die Zuordnung einer Aufgabe an einen Arbeiter ist.
- Inverse absolute oder relative r_{ij} oder inverse d_{ij}
- Es werden schrittweise Kanten ausgewählt (müssen keinen Pfad bilden), wobei Kanten von bereits zugeordneten Aufgaben übergangen werden. Nebenbedingungen verletzende Lösungen werden bestraft (Kostenerhöhung).

Aus n Objekten mit zugeordnetem Wert w_i, Gewicht g_i, Volumen v_i, etc. $1 \leq i \leq n$, soll eine Teilmenge maximalen Wertes ausgewählt werden, sodass Maximalwerte für das Gewicht, das Volumen, etc. eingehalten werden.

- Jedes Objekt ist ein Knoten des Konstruktionsgraphen. Die Knoten tragen die Objektwerte w_i. Kanten werden nicht benötigt.
- Die Maximalwerte für Gewicht, Volumen, etc. müssen eingehalten werden.
- Pheromonwerte sind nur den Knoten zugeordnet. Sie beschreiben, wie wünschenswert die Auswahl des zugehörigen Objektes ist.
- Verhältnis von Objektwert zu relativem Gewicht, Volumen, etc. wobei in den Verhältnissen die Maximalwerte berücksichtigt werden können.
- Es werden schrittweise Knoten ausgewählt, wobei in jedem Schritt sichergestellt wird, dass die Maximalwerte eingehalten werden.

Konvergenz der Suche

- Betrachte „Standardverfahren“ mit den folgenden Eigenschaften:
  - Verdunstung des Pheromons mit konstantem Faktor von allen Kanten
  - Nur auf den Kanten des besten, bisher gefundenen Lösungskandidaten wird Pheromon abgelegt (strenges Eliteprinzip).
  - Es gibt eine Untergrenze ϕ_{min} für die Pheromonwerte der Kanten, welche nicht unterschritten werden darf.
- Dieses Standardverfahren konvergiert in Wahrscheinlichkeit gegen die Lösung, d.h. mit gegen unendlich gehender Zahl der berechneten Schritte geht die Wahrscheinlichkeit, dass die Lösung gefunden wird, gegen 1.
- Lässt man die Untergrenze ϕ_{min} für die Pheromonwerte „genügend langsam“ gegen 0 gehen ($\phi_{\text{min}} = \frac{c}{\ln(t+1)}$ mit der Schrittzahl t und einer Konstante c), kann man sogar zeigen, dass für gegen unendlich gehende Schrittzahl jede Ameise der Kolonie die Lösung mit gegen 1 gehender Wahrscheinlichkeit konstruiert.

Zusammenfassung

- Schwarm- und populationsbasierte Algorithmen sind **Heuristiken zur Lösung von Optimierungsproblemen**. Es geht darum, gute Näherungslösungen zu finden.
- Man versucht das **Problem der lokalen Optima** zu verringern (durch bessere Durchforstung/Exploration des Suchraums).
- Wichtig ist der **Informationsaustausch** zwischen den Individuen. Je nach Prinzip können verschiedene Algorithmentypen unterschieden werden.
- **Teilchenschwarmoptimierung**
    - Optimierung einer Funktion mit reellen Argumenten
    - Informationsaustausch durch Orientierung an Nachbarn
- **Ameisenkolonieoptimierung**
    - Suche nach besten Wegen (abstrakt: in einem Entscheidungsgraphen)
    - Informationsaustausch durch Veränderung der Umgebung (Stigmergie)

Literatur I

Dorigo, M. and Stützle, T. (2004).
Ant Colony Optimization.
MIT Press, Cambridge, MA, USA.

Goss, S., Aron, S., Deneubourg, J.-L., and Pasteels, J. M. (1989).
Self-organized shortcuts in the argentine ant.
Naturwissenschaften, pages 579–581.

Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995).
Particle swarm optimization.
In *Proc. IEEE Int'l. Conf. on Neural Networks*, pages 1942–1948, Perth, Australia.