

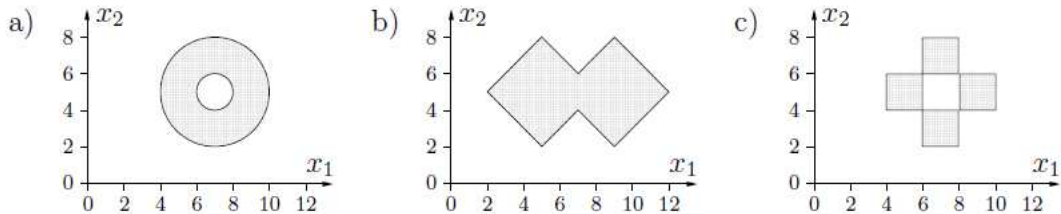
7. Übungsblatt

Aufgabe 27 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie die Parameter (Gewichte w_u und Radien σ_u) von Radiale-Basisfunktionen-Netzen mit der Aktivierungsfunktion

$$f_{\text{act}}^{(u)}(\text{net}_u, \sigma_u) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } \text{net}_u \leq \sigma_u, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

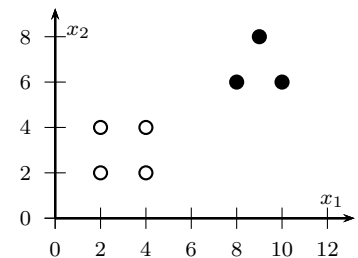
für die Neuronen der versteckten Schicht, die für Punkte innerhalb der grauen Flächen, die in den unten gezeigten Diagrammen dargestellt sind, den Wert 1 und für Punkte außerhalb den Wert 0 liefern! Ob die Netze für Punkte auf den Rändern der Flächen den Wert 0 oder den Wert 1 liefern, ist gleichgültig. Sie sollten jedoch sicherstellen, dass für jeden Punkt der x_1 - x_2 -Ebene *entweder* der Wert 0 *oder* der Wert 1 berechnet wird.



Aufgabe 28 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Die Bestimmung der Gewichte der Verbindungen von den Eingabeneuronen zu den Neuronen der versteckten Schicht — also die Bestimmung der Zentren der radialen Basisfunktionen — und die Bestimmung der Radien gehören zu den Hauptproblemen des Lernens von Radiale-Basisfunktionen-Netzen. Bei Klassifikationsaufgaben verwendet man manchmal statistische Schätzfunktionen, um geeignete (Startwerte für die) Zentren und Radien zu berechnen, jedenfalls dann, wenn zu erwarten ist, dass eine radiale Basisfunktion je Klasse ausreicht. Man fasst dazu die radiale Basisfunktion als skalierte Wahrscheinlichkeitsdichte auf und bestimmt den Erwartungswert und die Standardabweichung der Verteilung z.B. mit einer Maximum-Likelihood-Schätzung.

Als Beispiel betrachten wir ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit zwei Eingängen, zwei versteckten Neuronen und zwei Ausgabeneuronen, das den rechts gezeigten Datensatz klassifizieren soll. Die versteckten Neuronen mögen den Euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und die Gaußfunktion $f_{\text{act}}(\text{net}, \sigma) = e^{-\frac{\text{net}^2}{2\sigma^2}}$ als Aktivierungsfunktion verwenden.



Bestimmen Sie geeignete Zentren w und Radien σ für die beiden Klassen mit Hilfe einer Maximum-Likelihood-Schätzung! Was müssen Sie bei der Bestimmung der Radien beachten?

Aufgabe 29 Funktionsapproximation

- a) Geben Sie ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit ca. 10 Neuronen an, das die Funktion $y = x^2$ im Intervall $[0.5, 4.5]$ durch eine Treppenfunktion annähert.
- b) Wie kann man diese Näherung verbessern? (Geben Sie zwei Möglichkeiten an.)